

## TERMODINAMIKA

Termodinamika kao deo fizike, jeste nauka o energiji koja proučava pojave nastale pretvaranjem jednog vida energije u drugi. Energija predstavlja jedinstvenu količinsku meru različitih oblika kretanja. Oblik energije bliže definiše vrstu kretanja.

Termodinamika istražuje sve oblike energije s posebnim naglaskom na toplotnu energiju, mehanički rad i unutrašnju energiju tela. Uspon termodinamike započinje otkrićem parne mašine (1769.) što je dovelo do industrijske revolucije u drugoj polovini 18. veka.

Iz mehanike je poznato, da je energija sposobnost vršenja mehaničkog rada i da je opšte svojstvo svih oblika energije, da se energija jednog oblika može pretvoriti u energiju drugog oblika. Pridev kinetička, potencijalna, unutrašnja - označava samo oblik u kome se energija trenutno nalazi. Toplota je takođe jedan oblik energije i ona se može proizvesti pretvaranjem drugih oblika energije u toplotnu energiju i obrnuto, toplotna energija se može pretvoriti u neki drugi oblik energije. Kod sagorevanja pretvara se hemijska energija u toplotnu, a kod izvesnih hemijskih procesa prelazi toplota u hemijsku energiju. Kod savladavanja trenja nastaje toplotna energija na račun mehaničkog rada, a kod isparavanja vode i dizanja vodenih para u vis vrši se mehanički rad na račun toplotne energije. Iskustvo pokazuje da se mehanički rad može vrlo lako i potpuno pretvoriti u toplotu. Obrnuto, pretvaranje toplote u mehanički rad nije jednostavno i ne može se nikada izvršiti potpuno, a da pri tome ne bi ostao jedan deo toplote nepretvoren. Toplota je dakle, energija koja prolazi granice između dva sistema samo zbog razlike njihovih temperatura, ako pri tome granica među njima propušta toplotu. Uređaji, u kojima se toplota pretvara u mehanički rad zovu se zajedničkim imenom toplotni motori.

Tehnička termodinamika proučava primenu termodinamičkih zakona na procese transformacije toplote u rad i obrnuto u toplotnim mašinama (parne mašine, parne i gasne turbine, motori sa unutrašnjim sagorevanjem (SUS), kompresori, ...) vodeći pri tome računa o ekonomičnosti. Glavni je zadatak tehničke termodinamike da pronađe načine kako treba konstruisati toplotne motore i uređaje i da utvrdi uslove pod kojima motori moraju raditi, da bi se pretvaranje toplotne energije vršilo sa što manje gubitaka. Pošto je gorivo kod toplotnih motora glavni izvor toplote, zadatak tehničke termodinamike može se iskazati rečima: "*Tehnička termodinamika ima zadatak, da pronađe načine, kako će se sa što manje goriva postići što veći mehanički rad.*" Budući da kod toplotnih motora kao glavni nosioci toplote (radna tela) služe gasovi i pare, termodinamika će se baviti toplotnim pojavama kod gasova i para.

## STANJA MATERIJE

Materija je sastavljena od atoma i molekula. Molekule se mogu sastojati od jednog ili više atoma (tj atomi se mogu smatrati jednoatomnim molekulima). Atomi su unutar molekule vezani silama čije je poreklo električne prirode. Molekule se stalno kreću. Kod čvrstih tela molekule (atomi) osciluju oko manje-više fiksnih centara koji su pravilno raspoređeni gradeći kristalnu rešetku. Kod tečnosti su međumolekulske udaljenosti nešto veće, privlačne sile slabije, a molekule pokretljivije. Kod gasova molekule su daleko jedna od druge, međumolekularne sile vrlo su slabe pa se molekule kreću skoro slobodno i skoro da ne utiču jedna na drugu.

Veličina molekule je reda veličine nanometra, najmanja je vodonikova molekula s prečnikom 0.23 nm, dok velike organske molekule imaju prečnik do 4 nm i više.

Masa molekula dosta je manja od masa u mikrosvetu i iznosi od  $3,3 \cdot 10^{-27}$  za vodonikovu molekulu pa naviše. Zbog toga masu u svetu atoma i molekula merimo *atomsom jedinicom mase*:

$$1u = 1.660 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

koja je jednaka  $\frac{1}{12}$  mase atoma izotopa ugljenika  $^{12}_6\text{C}$ . Često brojčanu vrednost molekularne mase izražene u atomskim jedinicama mase nazivamo *relativna molekulska masa*  $M_r$  (neimenovan broj). Za razliku od mase koju merimo u kg, jedinica za količinu materije je mol.

Broj molekula u 1 molu jedna je od osnovnih prirodnih konstanti, zove se *Avogadrov broj* ( $N_A$ ) i iznosi:

$$N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

*Molarna masa* je masa količine materije od 1 mola. Ako je  $m$  masa materije,  $\gamma$  - broj molova, tada je molarna masa:

$$M = \frac{m}{\gamma} \quad \text{u} \quad \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

Ako neku tečnost zagrevanjem dovedemo do ključanja, ona se daljim dovođenjem toplote pretvara u gasovito telo. Ovakvo gasovito telo zove se para. Ako se para ugrije znatno, promeniće se njena svojstva, pa za razliku od pare takvo telo zove se gas. Pare su ona gasovita tela, koja se odvođenjem toplote (hlađenjem) pretvaraju u tečnost, dok gasovi pri hlađenju ostaju u gasovitom stanju. Stroge granice između para i gasova nema. Ako se gasovi znatno ohlade, a istovremeno sabiju pod visokim pritiskom, pretvaraju se i oni u tečnosti.

## **Termodinamički sistem. Proces i sistemima. Veličine stanja**

Da bismo posmatrali procese u kojima dolazi do prenosa toplotne energije i ostale pojave vezane za toplotu uvode se pojmovi sistem i okolina.

Sistem u termodinamici predstavlja prostor sa određenim sadržajem mase i energije, koji se u cilju ispitivanja izabere i u kome se dešavaju toplotni procesi. U fizičkom smislu to je skup tela ograničen granicom sistema - graničnom površinom, koja može biti imaginarna ili stvarna, pokretna ili nepokretna.

Prostor izvan granica sistema naziva se okolinom. Okolina ima direktan uticaj na ponašanje sistema. Termodinamika razmatra interakcije sistema i okoline ili interakcije jednog sistema sa drugim. Kroz graničnu površinu, sistemi mogu da razmenjuju sa okolinom masu i energiju pa se prema tome dele na otvorene, zatvorene i izolovane.

Otvoreni termodinamički sistem kroz granicu razmenjuje masu i energiju; unutar sistema masa ne mora biti konstantna.

Zatvoreni termodinamički sistem ima konstantnu masu i kroz svoju granicu propušta samo energiju. Masa zatvorenog sistema naziva se radno telo.

Izolovan termodinamički sistem ne razmenjuje sa okolinom ni energiju ni masu.

Sistem u termodinamičkoj ravnoteži sa okolinom ne može spontano da menja svoje stanje. Sistem tokom interakcije sa svojom okolinom ili drugim sistemom ostvaruje proces. Tokom procesa u sistemu se menja jedna ili više veličina stanja i sistem može da razmenjuje kroz svoju granicu količinu toplote i/ili rad. Toplotno stanje termodinamičkog sistema (gasa ili pare) definiše se pomoću makroskopskih statističkih merljivih veličina - termodinamičkih parametara stanja.

### Osnovne veličine stanja:

$p$  - **pritisak** - odnos normalne komponente sile i jedinice površine,

$v$  - **specifična zapremina gasa** -zapremina jedinice mase, ( $\rho = \frac{1}{v}$  - gustina gasa)

$T$  - **temperatura gasa** -stepen zagrejanosti.

Ove veličine se nazivaju veličine stanja. Koliko su one bitne za kontrolu nekog toplotnog procesa, pokazuje i činjenica što su na svim kontrolnim i upravljačkim uređajima osnovni instrumenti: termometri, instrumenti za merenje pritiska i merači protoka. Kod gasovitih tela ove tri veličine stanja međusobno su povezane. Promena jedne veličine stanja izaziva promenu druge veličine stanja ili promenu obe druge veličine stanja, zavisno od toga pod kojim se uslovima vrši promena prve veličine stanja.

**Temperatura** je jedan od termodinamičkih parametara (veličina stanja) koji karakterišu toplotno stanje tela. Predstavlja meru srednje kinetičke energije translatornog kretanja molekula, označava se kao stepen zagrejanosti tela i definiše se izrazom:

$$\bar{E}_k^{(1)} = \frac{1}{2}kT$$

gde je  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$  - Boltzmanova konstanta, a  $\bar{E}_k^{(1)}$  - srednja kinetička energija pojedinog stepena slobode kretanja molekule, koja je npr. za translaciju u smeru ose  $x$  jednaka  $\frac{1}{2}m\bar{v}_x^2$ . Umesto translacije, mogući su, naravno, i drugi oblici kretanja, npr. rotacija i vibracija molekula. U slučaju da se molekule mogu kretati samo translacijski (jednoatomske molekule), srednja kinetička energija je  $\bar{E}_k = \frac{3}{2}m\bar{v}_x^2 = \frac{1}{2}m\bar{v}^2$  budući da je pri translaciji  $\bar{v}^2 = 3\bar{v}_x^2$  zbog ravnopravnosti svih svih triju pravaca u prostoru, pa je:

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$$

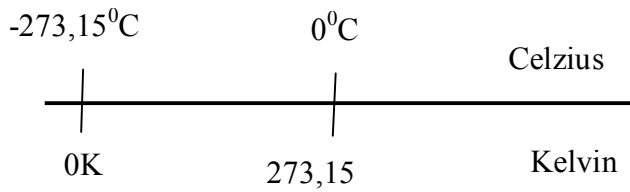
Izraz predstavlja definicionu formulu za termodinamičku (ili apsolutnu) temperaturu. Na osnovu ovoga sledi da se snižavanjem kinetičke energije molekula snižava i temperatura gasa. Granična vrednost temperature se dostigne prestankom kretanja molekula. Ova granična temperatura predstavlja apsolutnu nulu, a Kelvin ju je uzeo za početak svoje temperaturske skale. Stepen Kelvinove temperaturske skale je po veličini jednak Celsijusovoj tj.  $1^\circ\text{C}=1\text{K}$ . Tačka mržnjenja vode po Celzijusu je na  $0^\circ\text{C}$  (pri pritisku 1,013bar) a po Kelvinu na 273,15K. Ključanje vode je pri 1,013bar i

100°C = 373,15K. Dakle Kelvinova skala nastala je na osnovu Celsijusove skale, jednostavnim pomicanjem (translacijom) skale, bez promene same podele skale.

Temperaturu izraženu u K nazivamo **apsolutnom temperaturom**. Odnos tih dveju jedinica izražava se:

$$T = t + 273,15 [K] \quad ; \quad t = T - 273,15 [^{\circ}C]$$

$$\Delta t [^{\circ}C] = \Delta T [K]$$



Grafički prikaz odnosa Celzijusove i Kelvinove temperaturne skale

Razlike temperatura izražene u Celzijusovim stepenima ili stepenima Kelvina daju iste vrednosti. Svojstvo tela da promenom temperature menja vrednosti fizičkih veličina koristi se za merenje temperature (živin termometar).

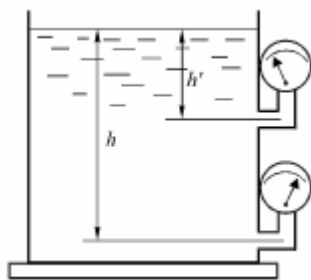
**Pritisak (  $p$  )** definisan je odnosom normalne komponente sile i površine na koju sila deluje (tj sila koja deluje na jedinicu površine):

$$p = \frac{F}{A} ; \quad [p] = \frac{[F]}{[A]} \Rightarrow Pa = \frac{N}{m^2}$$

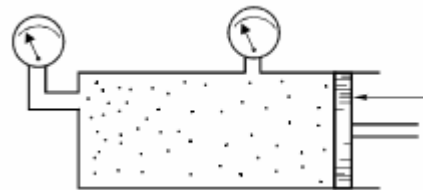
Izvedena jedinica za pritisak u SI sistemu je *Paskal (Pa)*.

$$1bar = 10^5 Pa$$

Kod tečnosti i gasova pritisak deluje na graničnim površinama i u unutrašnjosti sistema. Sila  $F$  može biti uzrokovana vlastitom težinom materije i spoljašnjim opterećenjem (slika 1 i slika 2).



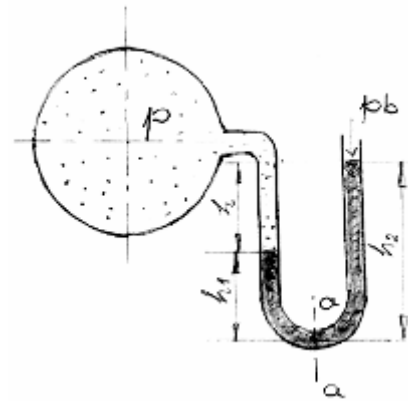
Pritisak zbog sopstvene težine



Pritisak zbog spoljašnjeg opterećenja

Kod sistema koje srećemo u termodinamici promena pritiska s visinom kod gasova se može zanemariti i merodavno je spoljno opterećenje a kod tečnosti treba voditi računa i o visini stuba tečnosti.

Instrumenti za merenje pritiska u zatvorenom sudu daju najčešće razliku apsolutnog i barometarskog pritiska - **relativni pritisak**. U posudi se nalazi gas pod pritiskom. Da bismo izmerili pritisak upotrebićemo savijenu cev napunjenu bilo kojom tečnošću, npr. živom. Ako je pritisak u posudi veći od atmosferskog pritiska, živa će se spustiti u levom kraku, a dignuti u desnom.



Razmotrićemo ravnotežu u preseku a-a. S leve strane deluje težina stuba tečnosti ( $h_1$ ) i pritisak gasa u posudi. Pritisak  $p_1$  u preseku a-a s leve strane bi će jednak zbiru pritiska gasa u posudi ( $p$ ) i težine stuba žive ( $\rho gh_1$ ):

$$p_1 = p + \rho gh_1$$

U istom preseku pritisak  $p_2$  bi će jednak zbiru atmosferskog pritiska  $p_b$ , koji se prenosi preko tečnosti, i težini stuba žive.

$$p_2 = p_b + \rho gh_2$$

$\rho$  je u oba slučaja gustina tečnosti u cevi, a  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  gravitaciono ubrzanje.

Pošto je tečnost u ravnoteži bi će:

$$p_1 = p_2 \text{ ili } p + \rho gh_1 = p_b + \rho gh_2 \Rightarrow p = p_b + \rho g(h_2 - h_1)$$

Pritisak gasa u boci  $p = p_b + \rho gh$  (gde je  $h = h_2 - h_1$ )

Iz gornje formule jasno je da težina stuba tečnosti pokazuje razliku između pritiska u posudi i atmosferskog pritiska. Ako je pritisak u boci veći od atmosferskog pritiska tu razliku zovemo nadpritisak ( $p_m = \rho gh$ ).

**Za nadpritisak:**  $p = p_b + p_m$

$p$  - apsolutni pritisak

$p_b$  - barometarski pritisak

$p_m$  - pritisak na manometru

Ako je pritisak  $p$  u posudi manji od atmosferskog, u preseku a-a pritisak s leve strane biće:

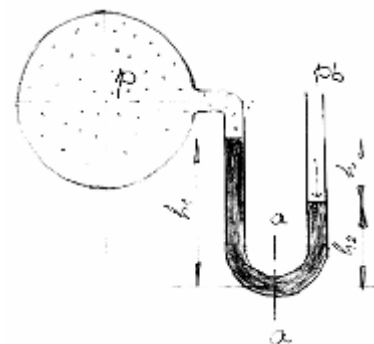
$$p_1 = p + \rho gh_1$$

a s desne strane:

$$p_2 = p_b + \rho gh_2$$

Pošto je  $p_1 = p_2 \Rightarrow p + \rho gh_1 = p_b + \rho gh_2 \Rightarrow p = p_b - \rho gh$

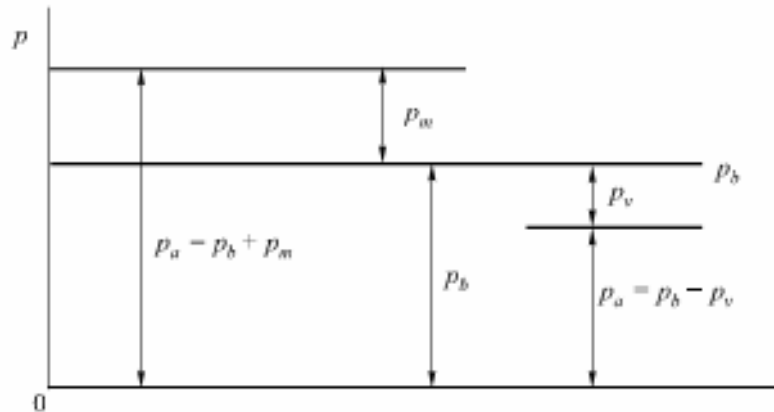
Težina stuba pokazuje razliku između atmosferskog pritiska i pritiska gasa u sudu. Ta razlika naziva se podpritisak ili vakum.



**Za podpritisak:**  $p = p_b - p_v$

$p_v$  – pritisak na vakumetru

Tehnički instrumenti za merenje pritiska, kao što su manometri sa membranom i sa spiralnom cevi, a i instrumenti sa stubom tečnosti mere uvek razliku pritiska prema atmosferskom pritisku. U termodinamici koristi se apsolutni pritisak, koji se meri polazeći od apsolutnog nultog pritiska.



Prikaz pritiska u odnosu na okolni pritisak

**Zapremina ( $V$ )** je prostor koji zauzima gas, tečnost ili čvrsta supstanca.

$$v = \frac{V}{m} - \text{specifična zapremina jedinice mase} \left( \frac{m^3}{kg} \right) \quad \left( \rho = \frac{1}{v} \right)$$

$$v_m = \frac{V}{\gamma} - \text{molarna zapremina} \left( \frac{m^3}{mol} \right)$$

Zapremina gasa (tečnosti) koja u jedinici vremena protokne kroz neki cevovod, posudu ili uređaj naziva se protok  $\left( \frac{m^3}{s} \right)$ .

### ***Idealni gas. Jednačina stanja idealnog gasa***

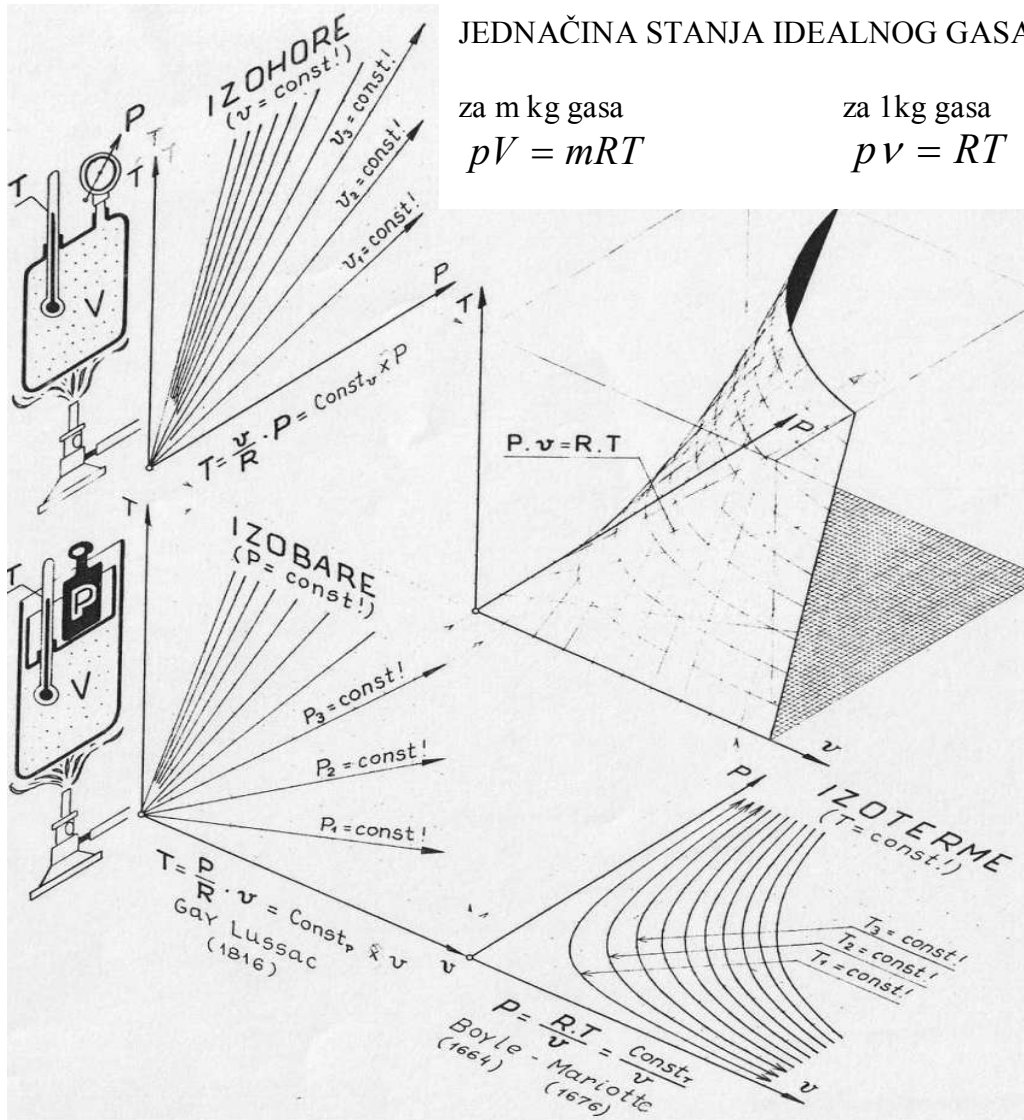
Najjednostavnija toplotna svojstva imaju razređeni gasovi, kod kojih su molekule tako daleko jedna od druge da su međumolekularne sile zanemarljive. U proučavanju gasova često se služimo modelom idealnog gasa, u kojem molekule zamišljamo kao elastične kuglice koje ne deluju jedna na drugu nikakvim silama osim u trenutku sudara.

Kod realnih gasova međumolekularne sile u gasu su zanemarljive, ako je gas male gustine (niži pritisak a viša temperatura). Zbog toga se vazduh, azot, kiseonik, ... mogu smatrati bliskim idealnim gasovima na sobnoj temperaturi i na normalnom atmosferskom pritisku. Posebno su pod tim uslovima vodonik i helijum bliski idealnim gasovima.

Stanje neke mase gasa određeno je sa tri parametra: pritiskom  $p$ , apsolutnom temperaturom  $T$  i zapreminom  $V$  te mase gasa (obično kao specifična zapremina po jedinici mase,  $v$ ) a ti parametri nazivaju se **veliĉine stanja**. Njihova

zavisnost izražena je termičkom jednačinom stanja koja zavisi od vrste materije i može se napisati analitički u implicitnom obliku:  $f(p, v, T) = 0$ . Grafička interpretacija jednačine stanja daje u prostoru sedlastu površ drugog reda poznatu pod nazivom "termodinamička površina".

Svakom stanju radne materije na toj površini odgovara jedna tačka, a različitim materijama razne površi.



"Termodinamička površina" idealnog gasa u p-v-T prostoru i njene projekcije na odgovarajuće ravni

Radi preglednosti u termodinamici se primenjuju ravanski dijagrami (prikazuju se jednačine stanja u bilo kojoj koordinatnoj ravni) u kojima se daje zavisnost između dve veličine stanja.

Najčešće se u termodinamici upotrebljava  $p-v$  koordinatni sistem (apscisa → specifična zapremina, ordinata → pritisak) gde se vidi jasniji pregled promene stanja radnog tela. Svaka tačka grafika određuje jedno toplotno stanje radnog tela, pri čemu se treća veličina stanja određuje na osnovu jednačine stanja.

Jednačina stanja idealnog gasa važi za idealne gasove, a aproksimativno i za realne. Aproksimacija je to bolja što je temperatura gasa veća, a pritisak manji, odstupanja

postaju znatna kada se gas približava tački kondenzacije, tj. prelazi u tečno stanje. Ako je gas idealan, tada važi:

$$pV = NkT$$

Iz jednačine sledi da jednake zapremine različitih gasova, pri jednakom pritisku i temperaturi, imaju jednaki broj čestica (N). To je *Avogadrov zakon*.

Pišemo li  $N = \gamma \cdot N_A$ , gde je  $N_A$  Avogadrov broj (broj čestica u 1 molu gasa), a  $\gamma$  broj kmol-ova gasa, jednačnia stanja dobija oblik:

$$pV = \gamma N_A kT = \gamma R_U T$$

Proizvod Avogadrovog broja ( $N_A$ ) i Bolcmanove konstante ( $k$ ) daje novu konstantu  $R_U$  - univerzalnu gasnu konstantu:

$$R_U = N_A k = 6,022 \cdot 10^{26} \frac{1}{\text{kmol}} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} = 8314 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$$

Iz ove jednačine deljenjem sa  $\gamma$  dobijamo jednačinu stanja idealnog gasa za 1 kmol radne materije:

$$p \frac{V}{\gamma} = R_U T \Rightarrow p v_m = R_U T, \text{ gde je } v_m = \frac{V}{\gamma} \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \right] - \text{molarna zapremina}$$

Ako broj molova napišemo kao količnik mase i molarne mase:  $\gamma = \frac{m}{M}$ , jednačina stanja idealnog gasa, za m kg gasa, glasi:

$$pV = \frac{m}{M} R_U T \Rightarrow pV = mRT$$

$$R = \frac{R_U}{M} - \text{gasna konstanta za određenu vrstu gasa, } \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

$$p \cdot V = mRT / : m$$

$$p \cdot \frac{V}{m} = RT \Rightarrow \boxed{pv = RT} \quad - \text{jednačina stanja idealnog gasa za 1kg radne materije}$$

$$p \cdot V = mRT / : V$$

$$p = \frac{m}{V} RT \Rightarrow \boxed{p = \rho RT} \quad - \text{jednačina stanja idealnog gasa za 1m}^3 \text{ radne materije}$$

Potrebno je uvek obratiti pažnju na ispravno uvrštavanje jedinica svih veličina stanja. U proračunima se veličine moraju uvrstiti u ovim jedinicama:

<b>apsolutni pritisak <math>p</math></b>	$[N/m^2 = Pa]$
<b>zapremina <math>V</math></b>	$[m^3]$
<b>masa gasa <math>m</math></b>	$[kg]$
<b>gasna konstanta <math>R</math></b>	$[J/(kgK)]$



apsolutna temperatura  $T$  [K]

količina materije  $\gamma$  [kmol]

univerzalna gasna konstanta  $R_U = 8314 \frac{J}{kmolK}$

Uvrštavanjem tih dimenzija, jednačina stanja mora i dimenzionalno zadržati matematičku ispravnost

$$pV = mRT$$

$$\frac{N}{m^2} \cdot m^3 = kg \frac{J}{kgK} \cdot K \Rightarrow N \cdot m = J \Rightarrow J = J$$

Jednačina stanja se često piše u obliku:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Veličine stanja, koje određuju toplotno stanje nekog gasa, moraju zadovoljiti jednačinu stanja za bilo koje stanje gasa.

## RAD I TOPLOTA. PRVI PRINCIP TERMODINAMIKE

Toplotna energija i mehanički rad su spoljni uticaji. Samo pomoću spoljnih uticaja je moguće postići promene. Promene se odražavaju u promeni parametara stanja sistema. Menja se : pritisak, specifična zapremina, temperatura...

### Definicija rada

Sila pritiska ( $F$ ) jednaka je proizvodu pritiska ( $p$ ) i površine ( $S$ ) na koju taj pritisak deluje ( $F = p \cdot S$ ). Sila je usmerena ka površini a deluje u pravcu normale na površinu. Bez obzira šta je razlog za pomeranje klipa, rad sile na putu  $dx$  je:

$$\delta A = F \cdot dx = pS \cdot dx = pdV, \text{ gde je } dV \text{ -mala promena zapremine gasa.}$$

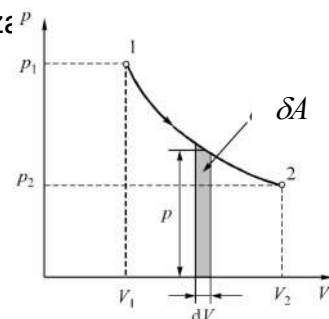
Ako se zapremina povećava (širenje - ekspanzija), tj. ako je  $dV > 0$  tada je  $\delta A > 0 \rightarrow$  rad sile pritiska, ili rad gasa u cilindru je pozitivan.

Ako se vrši sabijanje gasa ( kompresija ),  $dV < 0$ , pomeranje površine  $S$  (klipa) je suprotno smeru sile pritiska pa je rad gasa negativan.

Rad  $\delta A = pdV$  možemo predstaviti na  $p$ - $v$  dijagramu, kao površinu pravougaonika osnove  $dV$  i visine  $p$ . Rad gasa pri širenju od stanja 1 do stanja 2 možemo predstaviti kao zbir ovakvih uzanih pravougaonika što znači da je taj rad jednak površini ispod krive  $p(V)$  i vertikala povučeni iz  $V_1$  i  $V_2$ . Dakle, u pitanju je integral:

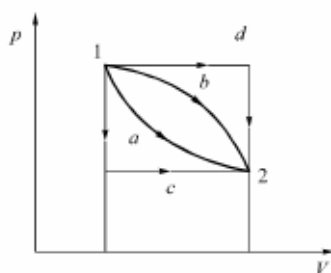
- za  $m$  kg gasa:  $A_{12} = m \int_{V_1}^{V_2} pdv = \int_{V_1}^{V_2} pdV$  - konačni izraz za

rad promene od stanja 1 do stanja 2, gde je  $pdv$  elementarni rad širenja jedinice mase.

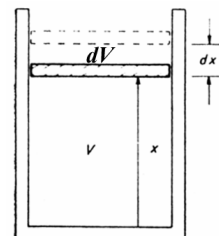


Za vrednost integrala  $\int_{V_1}^{V_2} p dV$  nisu dovoljni podaci o

početnom i konačnom stanju, već vrednost integrala zavisi od puta promene.



$$\int_a p dV \neq \int_b p dV \neq \int_c p dV \neq \int_d p dV$$



### Uticaj toka promene na mehanički rad

Mehanički rad se ispoljava na pokretnoj granici sistema pod dejstvom sile koja deluje na nju. U termodinamici je usvojeno da odvedeni rad (širenje) ima pozitivnu, a dovedeni rad (sabijanje) negativnu vrednost, tako da izraz za rad pri sabijanju glasi:

$$A_{21} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

U p-V dijagramu mehanički rad predstavlja površinu ispod linije procesa.

**Unutrašnja energija.** Ako sistemu ne dovodimo spolja energiju kažemo da je sistem toplotno izolovan, pa se gas može širiti i vršiti rad na račun unutrašnje energije. Unutrašnja energija je ukupni zbir kinetičke energije toplotnog kretanja molekula i potencijalne energije međumolekularnog delovanja:

$$U = \sum_i E_{ki} + \sum_i E_{pi} = N\bar{E}_k + N\bar{E}_p$$

U idealnom gasu nema sila među molekulama pa je unutrašnja energija jednaka zbiru kinetičke energije svih molekula:

$$U = \sum_i E_{ki} = N\bar{E}_k = N \frac{3}{2} kT = \gamma \frac{3}{2} R_U T = m \frac{3}{2} RT$$

U stanju termalne ravnoteže termalna energija je ravnomerno raspoređena po svim stepenima slobode kretanja- Broj stepeni slobode ( $j$ ) jednak je broju koordinata za definisanje položaja molekula u prostoru.

$$j = 3 \quad \text{- za jednoatomske gasove}$$

$$j = 3 + 2 = 5 \quad (3 \rightarrow \text{translacija}, 2 \rightarrow \text{rotacija}) \quad \text{- za dvoatomne gasove}$$

$$j = 3 + 3 + 1 = 7 \quad (1 \rightarrow \text{vibraciono kretanje}) \quad \text{- za tro i višeatomne atomne gasove}$$

Za dvoatomski gas  $3/5$  unutrašnje energije otpada na translatorno kretanje molekula, dok  $2/5$  unutrašnje energije otpada na energiju rotacionog kretanja.

$$U = \gamma j \frac{R_U T}{2} = \frac{m}{M} j \frac{R_U T}{2} = m j \frac{RT}{2}$$

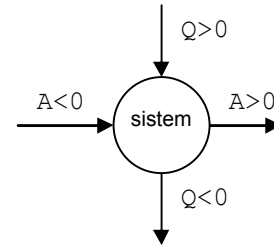
Unutrašnja energija idealnog gasa funkcija je samo temperature gasa.

Unutrašnju energiju tela možemo promeniti na dva načina: vršenjem rada nad telom i prenosom toplote. Tu činjenicu možemo izraziti i ovako: Unutrašnja energija sistema povećava se obavljanjem rada na sistemu i dovođenjem toplote sistemu, a smanjuje se kada sistem obavlja rad, odnosno kada se toplota odvodi iz sistema:

$$dU = \delta Q - \delta A$$

Ovako napisan zakon o očuvanju energije naziva se *prvi zakon termodinamike u diferencijalnom obliku*.

Toplota je oblik energije, koja može da se razmenjuje samo zbog razlike temperatura sistema i okoline i da se pretvara u druge vidove energije.



Količina toplote, kao i ostali oblici energije, izražava se u džulima (J). Džul je relativno mala jedinica u odnosu na iznos energije, zbog toga se koriste veće jedinice:

$$\begin{aligned} \text{kilo} \quad 1 \text{ kJ} &= 10^3 \text{ J} \\ \text{mega} \quad 1 \text{ MJ} &= 10^6 \text{ J} \\ \text{giga} \quad 1 \text{ GJ} &= 10^9 \text{ J} \end{aligned}$$

U praksi se za električnu energiju koristi jedinica vatsat (Wh), odnosno veća jedinica kilovatsat (kWh):

$$\begin{aligned} 1 \text{ Wh} &= 3,6 \text{ kJ} \\ 1 \text{ kWh} &= 3,6 \text{ MJ} \end{aligned}$$

Stara jedinica za energiju, koja nije u međunarodnom sistemu označavanja, ali koja se još uvek može sresti je kalorija (cal) odnosno kilokalorija (kcal):

$$1 \text{ kcal} = 4,186 \text{ kJ}$$

## Toplotni kapacitet

Ako se pri dovođenju toplote  $Q$  telu promeni temperatura za iznos  $\Delta T$ , veličina  $C = \frac{Q_{12}}{\Delta T}$  - srednja vrednost toplotnog kapaciteta tela brojno jednaka onoj količini toplote koju je potrebno dovesti da bi se telu (sistemu) povećala temperatura za jedan stepen  $\left(\frac{\text{J}}{\text{K}}, \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}\right)$ .

$(C = \frac{\delta Q}{dT}$  - prava vrednost toplotnog kapaciteta - odnosi se na infinitezimalni proces, u pitanju je elementarna količina toplote i mala promena temperature).

Specifični toplotni kapacitet je količina toplote koju je potrebno dovesti da se temperatura jednom kilogramu neke materije promeni za jedan stepen

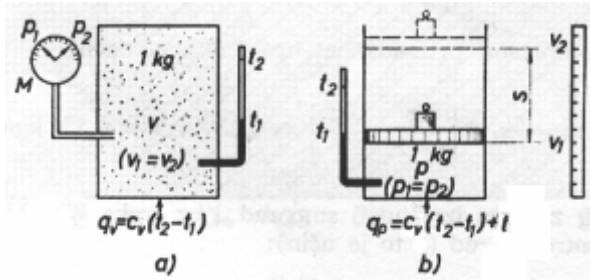
$\left(\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \text{ ili } \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}\right)$ , označava se malim slovom  $c$

$$c = \frac{C}{m} = \frac{Q_{12}}{m\Delta T} = \frac{q_{12}}{\Delta T} \quad \text{- specifični toplotni kapacitet}$$

Količina razmenjene toplote iznosi:

$$* \text{ za } 1 \text{ kg gasa: } q_{1,2} = c(T_2 - T_1), \quad * \text{ za } m \text{ kg gasa: } Q_{1,2} = mc(T_2 - T_1)$$

gde je:  $c$  -specifična toplota ( $J/kgK$ ), a  $T(K)$  apsolutna temperatura. U zavisnosti od uslova pod kojima se odvija proces, razlikuju se: specifična toplota pri stalnoj zapremini ( $c_V$ ) i pri stalnom pritisku ( $c_p$ ). Dovodi li se gasu neka količina toplote  $Q$  pri stalnoj zapremini sva će se predati gasu, a rezultat je povećanje temperature sa  $t_1$  na  $t_2$  ( $Q_V = mc_V \Delta t$ ). Dovodi li se gasu neka količina toplote pri stalnom pritisku, ta će se energija, osim predavanja gasu, utrošiti za vršenje rada da se podigne klip ( $Q_p = mc_p \Delta t$ ) → za isti prirast temperature  $q_p > q_V \rightarrow c_p > c_V$ .



$$q_p - q_V = a \Rightarrow (c_p - c_V) \Delta t = p \Delta v = R \Delta t \Rightarrow c_p - c_V = R - \text{Majerova jednačina}$$

$$c_m = \frac{C}{\gamma} = \frac{C}{\frac{m}{M}} = M \cdot c - \text{molarni toplotni kapacitet (ili molarna toplota) može se definisati}$$

kao količina toplote koja je potrebna da bi se jedan kmol supstance zagrejao za jedan stepen,  $\left( \frac{J}{\text{kmolK}} \text{ ili } \frac{J}{\text{kmol}^0C} \right)$ .

$$C = mc = \gamma \cdot c_m$$

Izobarski i izohorski toplotni kapacitet idealnog gasa povezani su izrazom:

$$c_p = c_V + R \quad c_{pm} = c_{Vm} + R_U \quad - \text{Majerova jednačina (na osnovu poznate vrednost } c_p \text{ koja se jednostavno meri moguće je odrediti } c_V)$$

$$R > 0 (R_U > 0) \Rightarrow c_p > c_V, \quad c_{pm} > c_{Vm} \quad c_V = \frac{jR}{2}, j - \text{broj stepeni slobode}$$

$j = 3$  - za jednoatomne,  $j = 5$  - za dvoatomne,  $j = 7$  - za troatomne i višeatomne

GAS	$c_p$ [kJ/kgK]	$c_V$ [kJ/kgK]	$c_{pm}$ [kJ/molK]	$c_{Vm}$ [kJ/kmolK]	$\chi = c_p/c_V$
jednoatoman	(5/2) R	(3/2) R	(5/2) R <sub>U</sub>	(3/2) R <sub>U</sub>	1,66
dvoatoman	(7/2) R	(5/2) R	(7/2) R <sub>U</sub>	(5/2) R <sub>U</sub>	1,4
višeatoman	(9/2) R	(7/2) R	(9/2) R <sub>U</sub>	(7/2) R <sub>U</sub>	1,28

U slučaju da se toplotni kapacitet idealnog gasa tretira kao veličina nezavisna od temperature, određuje se pomoću navedene tablice.

# TERMODINAMIČKI PROCESI

Promena stanja termodinamičkog sistema je prelazak posmatranog termodinamičkog sistema iz nekog početnog stanja u neko drugo stanje pri čemu se menjaju sve ili bar neke veličine stanja tog sistema ( $p$ ,  $v$ ,  $T$ ) tako da se promena stanja definiše preko promena određenih termodinamičkih parametara.

Proučićemo, između svih promena stanja, one koje se u tehničkim procesima najčešće pojavljuju, a definisane su određenim karakteristikama. To su:

1. Izohora – promena stanja pri stalnoj zapremini ( $V = \text{const}$ )
2. Izobara – promena stanja pri stalnom pritisku ( $p = \text{const}$ )
3. Izoterma – promena stanja pri stalnoj temperaturi ( $T = \text{const}$ )
4. Adijabata – promena stanja bez razmene toplote ( $\Delta Q = 0$ )
5. Politropa – promena stanja uz razmenu toplote i promenu temperature čiji se tok, u  $p$ - $V$ -dijagramu nalazi između adijabate i izoterme (tehnička politropa).

Ako znamo početno stanje i tok promene stanja, možemo uz poznavanje samo jedne veličine konačnog stanja izračunati: sve veličine konačnog stanja, dobijeni-odnosno utrošeni rad i razmenjenu količinu toplote. Pri tome se služimo jednačinom stanja i prvim principom termodinamike.

Promene stanja gasa se obično predstavljaju dijagramima stanja, najčešće u  $p$ - $v$  ali i u dijagramima koji imaju na osama različite veličine.

## 1. Izohorski proces

Proces se izvodi pri stalnoj zapremini ( $V = \text{const.}$ ). Izohorska promena stanja javlja se osim kod gasova u zatvorenoj posudi i u procesima toplotnih mašina gde je nagli prirast pritiska mnogo brži od promene zapremine (sagorevanje u motorima sa unutrašnjim sagorevanjem). Zamenom ove vrednosti u jednačinu stanja dobiće se:

$$p_1 V_1 = mRT_1 \quad V_1 = V_2 = V = \text{const.}$$

$$p_2 V_2 = mRT_2$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p}{T} = \text{const.} \quad - \text{Šarlov zakon}$$

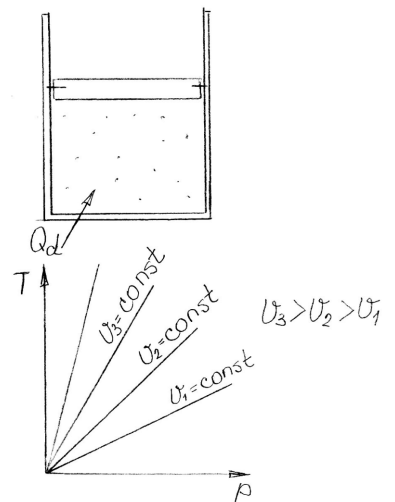
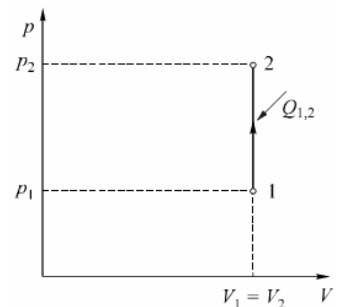
Temperatura se pri izohorskoj promeni stanja menja upravo proporcionalno s pritiskom

U  $p$ - $V$  dijagramu izohora je predstavljena: polupravom paralelnom sa ordinatom, a u  $T$ - $p$  dijagramu kosom pravom linijom koja prolazi kroz koordinatni početak. Ako se jednačina stanja idealnog gasa primeni na izohorski proces, i ako se sve promenljive veličine prebace na levu stranu jednačine a sve konstante na desnu dobija se jednačina izobarskog procesa:

$$pV = mRT \rightarrow \frac{T}{p} = \frac{V}{mR} = \text{const} \rightarrow T = \text{const} \cdot p$$

Što je veća vrednost konstante (tj zapremine) linija je strmija.

$$L_{12} = 0 \quad (\text{jer je } V = \text{const.})$$



Količina toplote koja se mora dovesti iznosi:

$$Q_{12} = mc_v(T_2 - T_1) = \Delta U$$

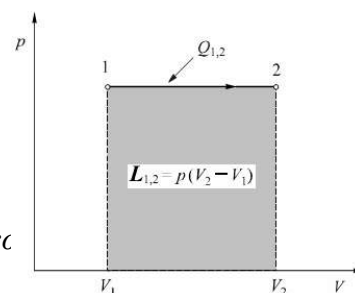
## 2. Izobarski proces

Izobarski proces se izvodi pri stalnom pritisku. Ako se u jednačinu stanja uvede  $p = \text{const.}$ , dobiće se:

$$p_1 v_1 = RT_1 \dots (1), \quad p_2 v_2 = RT_2 \dots (2)$$

$$\begin{aligned} (1) \dots \frac{v_1}{T_1} &= \frac{v_2}{T_2} \Rightarrow \frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2} = \frac{v}{T} = \text{const.} \quad \text{ili} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V}{T} = \text{const.} \\ (2) \dots \frac{v_1}{T_1} &= \frac{v_2}{T_2} \Rightarrow \frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2} = \frac{v}{T} = \text{const.} \quad \text{ili} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V}{T} = \text{const.} \end{aligned}$$

- Gej-Lisakov zakon



Zapremina se pri izobarskoj promeni stanja menja upravo proporcionalno sa temperaturom. Gas se pri stalnom pritisku s povećanjem temperature (zagrevanjem) širi, i obrnuto, s hlađenjem temperatura mu se smanjuje.

U p-V dijagramu liniju promene stanja (izobaru) predstavlja: poluprava paralelna sa apcisonom osom a u T-V dijagramu kosa prava linija koja prolazi kroz koordinatni početak. Ako se jednačina stanja idealnog gasa primeni na izobarski proces, i ako se sve promenljive veličine prebace na levu stranu jednačine a sve konstante na desnu dobija se jednačina izobarskog procesa:

$$pV = mRT \rightarrow \frac{T}{V} = \frac{p}{mR} = \text{const} \rightarrow T = \text{const} \cdot V$$

Što je veća vrednost konstante (tj pritiska) linija je strmija.

Po ovoj zakonitosti menja svoje toplotno stanje gas zatvoren u cilindru sa pomičnim klipom koji može slobodno da klizi gore dole i koji zatvara cilindar sa gasom. Ako klip miruje njegov položaj je određen ravnotežom pritisaka gasa koji deluje na klip odozdo i pritiska koji deluje na klip odozgo. Kretanjem klipa vrši se ili troši rad, pri čemu se toplota dovodi ili odvodi. Pri tome se temperatura i zapremina menaju, a pritisak ostaje nepromenjen.

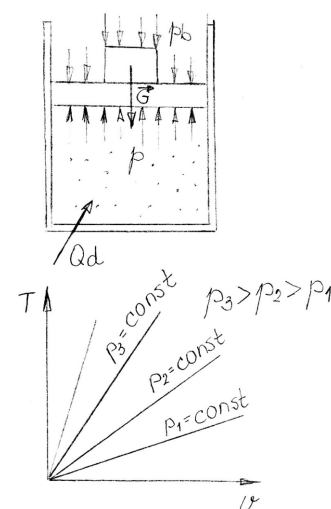
Analitički izrazi za :

- mehanički rad (pravougaona površina)  $L_{12} = \int p dV = p(V_2 - V_1) = mR(T_2 - T_1)$

- za količinu dovedene toplote

$$Q_{12} = mc_p(T_2 - T_1)$$

Izobarski procesi su najčešći u tehnici npr. strujanje gasa kroz neki cevovod.



### 3. Izotermni proces

U izotermnom procesu temperatura je stalna ( $T = const.$ ) tako da jednačina stanja glasi:

$$p_1 V_1 = mRT_1 \quad \text{kako su desne strane ovih jednačina jednake}$$

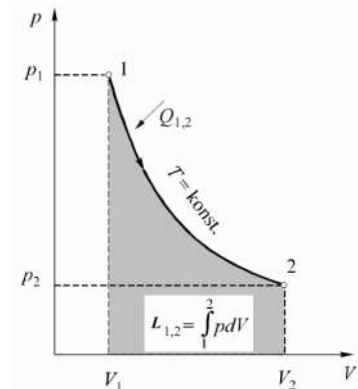
$$p_2 V_2 = mRT_2$$

moraju biti i leve, dakle:

$$T_1 = T_2 \Rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2 = pV \quad \text{odnosno} \quad p_1 v_1 = p_2 v_2$$

što predstavlja Boil-Mariotov zakon. Prema ovom zakonu pri stalnoj temperaturi stalan je proizvod pritiska i zapremine.

U p-V dijagramu izotermu predstavlja ravnostrana hiperbola.



Pri sabijanju, da bi se održala stalna temperatura mora se celokupna količina toplote  $Q$  odvesti u okolinu. Pošto nema promene temperature (ostaje nepromenjena unutrašnja energija), razmenjena količina toplote i mehanički rad biće ekvivalentni:

$$Q_{12} = L_{12} = \int_1^2 p dV = \int_1^2 mRT \frac{dV}{V} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

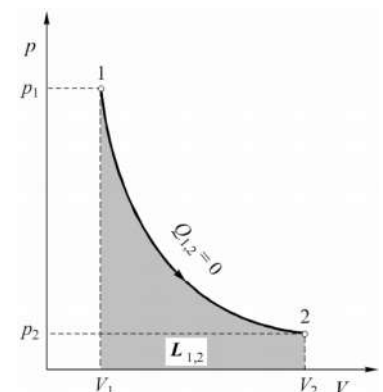
$$L_{21} = -L_{12}$$

### 4. Adijabatski (izoentropski) proces

U ovom procesu nema razmene toplote sa okolinom. Bilo da je sistem dobro toplotno izolovan ili da promena stanja teče dovoljno brzo, odnosno da je zastupljeno oboje (dobro izolovan sistem, s velikim brojem obrtaja) proces će se odvijati bez razmene toplote sa okolinom. Polazeći od matematičkog zapisa za Prvi princip termodinamike dobija se jednačina adijabate u obliku:

$$p_1 V_1^\chi = p_2 V_2^\chi = pV^\chi = const.$$

$\chi = \frac{c_p}{c_v}$  - eksponent adijabate veći je od 1 pa je adijabata strmija od izoterme.



$$p_1 V_1 = m_1 R T_1 \Rightarrow p_1 = \frac{mRT}{V}$$

$$\frac{mRT_1}{V_1} \cdot V_1^\chi = \frac{mRT_2}{V_2} \cdot V_2^\chi \Rightarrow T_1 V_1^{\chi-1} = T_2 V_2^{\chi-1} = TV^{\chi-1}$$

- jednačina adijabate u T-V koordinatnom sistemu

$$p_1 V_1 = m_1 R T_1 \Rightarrow V_1 = \frac{mRT}{p_1}$$

$$\left(\frac{mRT_1}{p_1}\right)^\chi p_1 = \left(\frac{mRT_2}{p_2}\right)^\chi p_2$$

$$p_1^{1-\chi} T_1^\chi = p_2^{1-\chi} T_2^\chi \Rightarrow p_1 T_1^{\frac{\chi}{1-\chi}} = p_2 T_2^{\frac{\chi}{1-\chi}} = p T^{\frac{\chi}{1-\chi}} = const$$

- jednačina adijabate u p-T koordinatnom sistemu

Na osnovu ovih jednačina može se odrediti konačna temperatura  $T_2$ :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\chi-1}$$

U p-V dijagramu adijabata je grafički prikazana opštom hiperbolom sa eksponentom  $\chi$ . Količina razmenjene toplote  $Q = 0 (q = 0)$ .

Mehanički rad pri ovoj promeni stanja vrši se na račun unutrašnje energije:

$$q = \Delta u + \ell_{12} \Rightarrow \ell_{12} = \overbrace{c_v(T_1 - T_2)}^{-\Delta u} = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{\chi - 1} = \frac{R}{\chi - 1} [T_1 - T_2]$$

$$L_{12} = m \ell_{12} = \frac{mR}{\chi - 1} [T_1 - T_2]$$

(ovde je izvršena smena  $c_v = R/(\chi - 1)$  i  $RT = pv$ )

## **5. Politropski proces**

Izotermske i adijabatske promene stanja su idealne promene, koje se mogu ostvariti samo ako su ispunjeni izvesni uslovi. Tako je kod izotermske promene potrebno da se dovodi kod ekspanzije upravo toliko toplote koliko se pretvara u mehanički rad. Odstupa li dovođenje toplote od toga, kriva ekspanzije neće biti izoterma, već neka kriva koja se više ili manje od nje razlikuje. Isto važi i za izotermску kompresiju, jedino što kod kompresije treba odvoditi onoliko toplote koliko je rada utrošeno. Adijabatska promena stanja vrši se samo ako nema razmene toplote sa okolinom. Cilindar mora kod te promene stanja biti idealno toplotno izolovan (apsolutno nepropustan za toplotu). Praktično ti se uslovi ne mogu postići. Zato stvarne promene stanja kod toplotnih uređaja odstupaju više ili manje od idealno pretpostavljenih promena.

Pri izvođenju politropskog procesa vrši se delimična razmena toplote sa okolinom, tako da se promena stanja nalazi između izoterme (potpuno odvođenje toplote) i adijabate (odsustvo odvođenja toplote). Jednačina politrope glasi:

$$pV^n = const.$$

$n$  - eksponent politrope ima vrednost  $1 < n < \chi$  za tehničke politrope.



Koristeći izvedene izraze za adijabatski proces zamenom  $\chi = n$ , dobiće se sledeće jednačine:

$$TV^{n-1} = \text{const.}$$

$$pT^{\frac{n}{1-n}} = \text{const.}$$

U p-V dijagramu politropa predstavlja hiperbolu koja se nalazi između adijabete i izoterme.

Količina razmenjene toplote:

$$Q_{12} = mc_n(T_2 - T_1) = mc_V \underbrace{\frac{n-\chi}{n-1}}_{c_n} (T_2 - T_1)$$

Mehanički rad:

$$p_1 V_1^n = p V^n = \text{const} \Rightarrow p = \frac{p_1 V_1^n}{V^n}$$

$$\begin{aligned} L_{12} &= \int_{V_1}^{V_2} p_{(V)} dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1^n}{V^n} dV = p_1 V_1^n \int_{V_1}^{V_2} V^{-n} dV = \frac{p_1 V_1^n}{-n+1} V^{-n+1} \Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{p_1 V_1^n}{n-1} (V_2^{-n+1} - V_1^{-n+1}) = \\ &= \frac{p_1 V_1}{n-1} \left( 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right) = \frac{mRT_1}{n-1} \left[ 1 - \frac{T_2}{T_1} \right] \end{aligned}$$

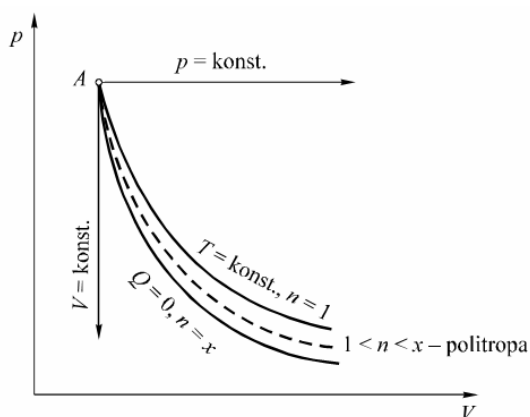
Politropski proces se može smatrati opštim jer zadavanjem različitih vrednosti eksponenta  $n$  on se svodi na prethodna četiri osnovna:

$$n = 0 \Rightarrow pV^0 = p = \text{const} \quad - \text{izobara}$$

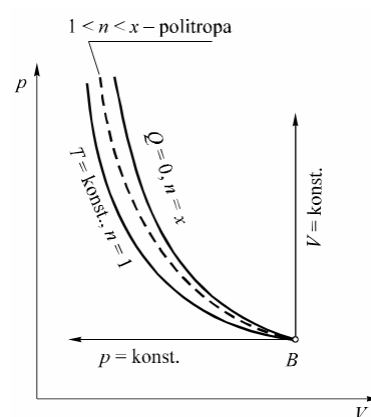
$$n = 1 \Rightarrow pV^1 = \text{const} \quad - \text{izoterma}$$

$$n = \chi \Rightarrow pV^\chi = \text{const} \quad - \text{adijabata (izentropa)}$$

$$n = \infty \Rightarrow pV^\infty = p^{\frac{1}{\infty}} V = V = \text{const} \quad - \text{izohora}$$



Tok promena pri ekspaniji



Tok promena pri kompresiji

Često u praksi nailazimo na snimljene, indikatorske dijagrame procesa toplotnih uređaja s tačnim stvarnim tokom ekspanziona ili kompresiona linije. U drugom slučaju biće nam poznate veličine krajnjih stanja a nepoznat tok toplotne promene od jednog do drugog stanja. Zadatak će nam biti da odredimo jednačinu tog toka ( $pV^n = const$ ) tj. eksponent n.

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n = \frac{p_2}{p_1}, \text{ logaritmovanjem izraza dobijamo:}$$

$$n \log \frac{v_1}{v_2} = \log \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow n = \frac{\log \frac{p_2}{p_1}}{\log \frac{v_1}{v_2}}$$

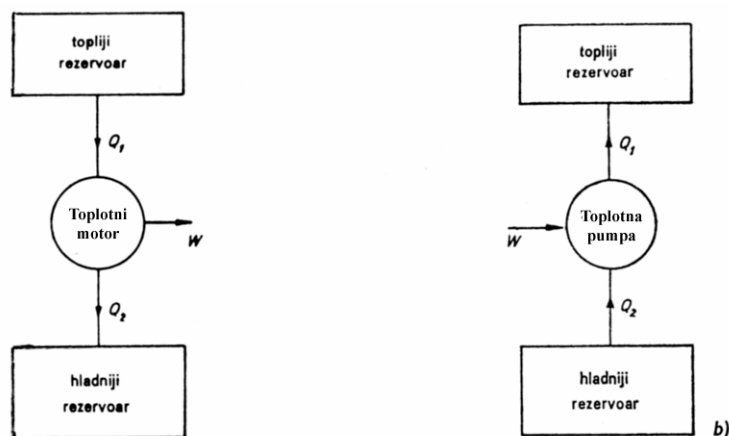
## Drugi princip termodinamike

Između pretvaranja mehaničkog rada u toplotu i obrnutog postupka, pretvaranja toplote u mehanički rad, postoji velika razlika. Izvesna količina mehaničkog rada može se kočenjem potpuno pretvoriti u toplotu, dok se kod pretvaranja toplote u mehanički rad samo deo dovedene toplote pretvara u rad a preostali deo toplote se beskorisno gubi.

Dok prvi zakon termodinamike kaže da se toplota koja se dovodi sistemu može pretvoriti u rad, drugi zakon ograničuje to pretvaranje i kaže: nemoguće je napraviti toplotni motor koji bi u periodičnom kružnom procesu svu dovedenu toplotu pretvorio u mehanički rad i da ovoj mašini ne treba hladnjak. To bi bio perpetuum mobile druge vrste. Kad ne bi važio ovaj princip, brod bi se npr. mogao kretati uzimajući toplotu iz mora. To bi bilo moguće po prvom zakonu ali se protivi drugom a i iskustvu. Da bi se napravio toplotni motor, potrebno je imati dva izvora različitih temperatura: iz onog više temperature motor uzima količinu toplote  $Q_1$ , pretvara jedan njen deo u rad, a ostatak  $Q_2$  predaje rezervoaru niže temperature. Pri tom je stepen iskorištenja:

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \text{ uvek manji od jedinice.}$$

Slično rade i toplotne pumpe (hladnjaci): oni prenose toplotu s hladnijeg na toplije telo uz utrošak rada.



Šeme rada: toplotnog motora

toplotne pumpe

Drugi princip termodinamike se može iskazati na više načina:

*Toplota sama od sebe prelazi samo s tela više temperature na telo niže temperature.*

*Toplota prelazi s tela niže temperature na telo više temperature samo uz delovanje spolja, tj. samo uz trošenje rada.*

*Perpetuum mobile druge vrste nije moguć: nije uopšte moguće kružnim procesom trajno uzimati toplotu samo iz jednog toplotnog izvora i pretvarati je u mehanički rad, bez odvođenja jednog njenog dela toplotnom ponoru.*

## **KRUŽNI PROCESI**

( U ovom poglavlju rad je označen sa L umesto A)

Kružnim procesom ili ciklusom naziva se niz uzastopnih promena stanja posle kojih se radna materija vraća u početno stanje tj. konačno stanje radne materije je indentično početnom pa je:

$$\Delta U = 0; \Delta T = 0; \Delta E_k = 0; \Delta E_p = 0 \quad - \text{ za jedan ciklus}$$

Jedini efekat kružnog procesa su toplota i mehanički rad po ciklusu:

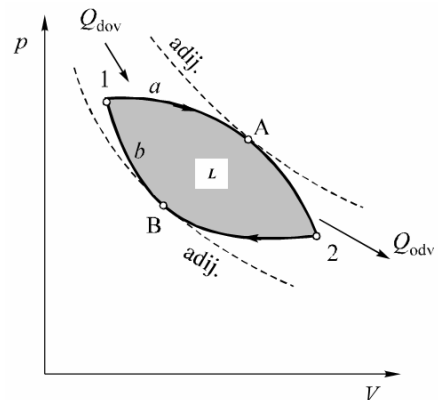
$Q = A$  - Neto razmenjena toplota tokom ciklusa jednaka je neto izvršenom mehaničkom radu (za jedan ciklus).

S obzirom na mehanički rad po ciklusu razlikujemo desnokretne i levokretne kružne procese.

### **Desnokretni procesi (u smeru kazaljke na satu) - dobivanje rada**

Mehanički rad se dobija pri ekspanziji gasa, a troši pri kompresiji gasa. Cilj je da dobiveni mehanički rad pri ekspanziji bude veći (po apsolutnoj vrednosti) od utrošenog rada pri kompresiji tj. da promene stanja pri ekspanziji leže iznad onih pri kompresiji.

Da bismo neki proces mogli ponoviti, treba vratiti radnu materiju u početno stanje (na početni pritisak i početnu temperaturu). Ako je radna materija obavila ekspanziju od stanja 1 do stanja 2 po putu  $a$ , dobili bismo rad  $La$ . Ovo je proces koji se desi jednom i više nikad. (Nas interesuje mašina koja stalno vrši rad). Ukoliko obavljanje dotičnog rada želimo često ponavljati moramo radnu materiju nekako vratiti u početno stanje. Put kojim tu materiju vraćamo u početno stanje mora se naravno razlikovati od puta  $a$ , jer bismo inače sav dobijeni rad utrošili za izvođenje ovakvog suprotnog procesa. Odabraćemo za vraćanje put  $b$  po kome dolazimo opet u polazno stanje. I u tom slučaju trošimo neki rad za kompresiju ali je on ipak manji od dobijenog rada pri ekspanziji na putu  $a$ . U  $p-V$  dijagramu rad predstavlja površinu ispod linije promene stanja a to je površina pozitivna kada se integriše u smeru pozitivne ose  $V$ , a negativna kad se ide u smeru negativne ose  $V$ .



Koristan rad je  $A = L$ :

$$L = La + Lb = La - |Lb|$$

Ovo je desnokretni kružni proces (u smeru kazaljke na satu) koji odgovara procesu radnih mašina, površine omeđene zatvorenom krivom linijom povratne promene stanja; u  $p-V$  dijagramu predstavljaju dobijeni rad  $L$ , u  $T-S$  dijagramu razmenjenu količinu toplote  $Q$ .

Da bismo dobili rad potrebno je imati radnu materiju koja vrši kružni ciklus.

Ako kod kružnog procesa posmatramo promenu unutrašnje energije radne materije, vidimo da ona tokom promene stanja menja svoju vrednost, ali tako da konačno poprima svoju polaznu vrednost jer se radna materija vraća u početno stanje. Unutrašnja energija na početku i na kraju zatvorenog procesa ima iste vrednosti tako da je  $\Delta U = 0$ . Prema prvom principu termodinamike:

$$Q = \Delta U + L \Rightarrow Q = L$$

$$Q = Q_d - |Q_o|$$

$$L = Q_d - |Q_o| = L_{eks} - |L_{komp}| > 0$$

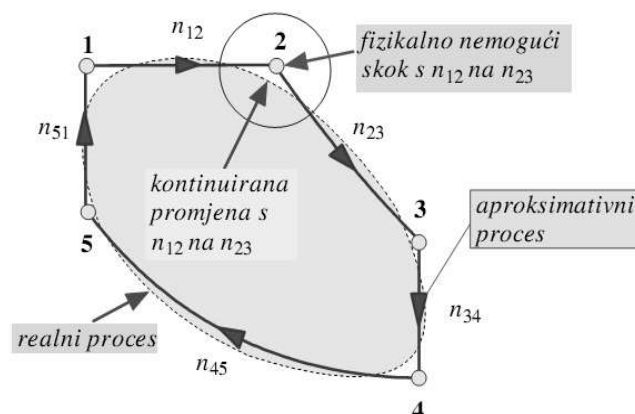
Kod desnokretnih kružnih procesa promene stanja pri ekspanziji leže iznad onih pri kompresiji a dobijeni rad jednak je razlici dovedene i odvedene toplote ili zbiru radova pojedinih politropa sa kojim je proces aproksimiran  $L = \sum L_i = L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41} + \dots$ . U  $p-v$  dijagramu je ovaj rad geometrijski predstavljen površinom koju zatvara kružni proces.

Vazan kriterijum za ocenjivanje stepena transformacije toplotne energije u mehanički rad je stepen korisnosti desnokretnog kružnog procesa:

$$\eta_t = \frac{L_k}{Q_d} = \frac{Q_d - |Q_o|}{Q_d} = 1 - \frac{Q_o}{Q_d}$$

Ovo je parametar koji pokazuje koliko se mehaničkog rada (u J) dobije po 1J uložene toplotne energije i on je uvek manji od jedinice, budući da se u kružnom procesu uvek pojavljuje toplota koju treba odvesti  $Q_o$ . Cilj je da  $\eta$  bude što veće. Radna materija nije u stanju da sama od sebe izvrši kružni proces, jer u jednom delu treba dovesti toplotu a u drugom delu je od te radne materije odvesti. U tu svrhu trebaju nam dva toplotna rezervoara od kojih jedan dobavlja toplotu (izvor toplote) a drugi preuzima toplotu (ponor toplote).

Aproksimacija kružnih procesa vrši se korištenjem specijalnih politropa sa  $n = \text{const}$ , što olakšava račun i grafičko prikazivanje.

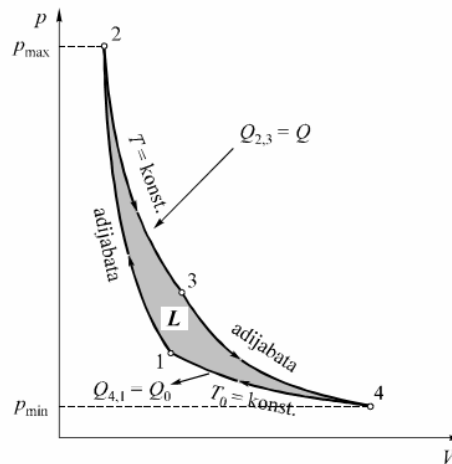


## Specijalni kružni procesi

U tehničkoj praksi brojni su kružni procesi. Opisaćemo samo najvažnije.

### Desnokretni Carnotov kružni proces

Između  $T_{\max}$  i  $T_{\min}$  postoji proces koji ima najveći mogući stepen korisnosti. To je **Karnov kružni proces** koji se sastoji iz 2 izoterme i 2 izentropo.



1-2 izentropska kompresija; 2-3 izotrmska ekspanzija; 3-4 izentropska ekspanzija  
4-1 izotrmska kompresija

Toplota se dovodi na delu 2-3 a odvodi na delu 4-1, pa je teorijski stepen korisnosti:

$$\eta_{tc} = 1 - \frac{|Q_o|}{Q_d} = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$$

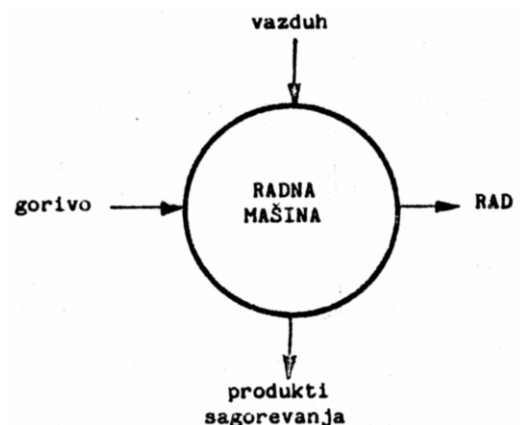
veći ako je temperatura radne materije pri kojoj se toplota dovodi viša, odnosno ako je niža temperatura radne materije pri kojoj se toplota odvodi.

U najboljem slučaju  $\eta_{tc} = 0,5$ .

Ovo je model idealnog procesa sa  $\eta_{\max}$  za dati opseg radnih temperatura i kao takav može poslužiti kao etalon za ocenu efikasnosti ostalih kružnih procesa. Nema praktičnu primenu.

## Ciklusi motora SUS

Motori s unutrašnjim sagorevanjem nose taj naziv iz razloga dovođenja toplote sagorevanjem goriva unutar samog cilindra. Toplota oslobođena tokom sagorevanja predaje se produktima sagorevanja, čime se povišava njihov energetski potencijal, izražen pritiskom i temperaturom. Širenjem gasova u radnom prostoru motora, pretvara se jedan deo sadržane toplotne energije u mehanički rad. Neprekidni rad postrojenja postiže se uz kružni proces radne materije, u kojem veličine stanja  $p, v, T$  na



kraju procesa ponovo postižu početne vrednosti.

Prema načinu dovođenja toplote razlikuju se:

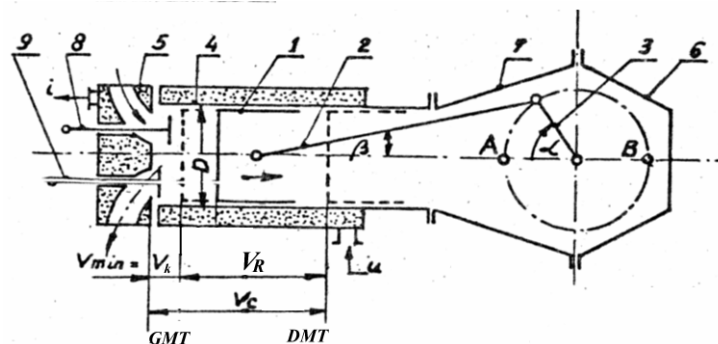
1. motori s dovođenjem toplote pri konstantnoj zapremini, tzv. oto motori
2. motori s dovođenjem toplote pri konstantnom pritisku, tzv. dizel motori
3. motori s mešovitim dovođenjem toplote (pri konstantnoj zapremini i konstantnom pritisku), tzv. Sabateovi motori.

Za sva tri slučaja odvođenje toplote je pri konstantnoj zapremini.

Procesi motora SUS se najčešće prikazuju u p-V i T-S dijagramima.

### Definicije osnovnih pojmova i princip rada motora SUS

Na slici je prikazan klipni motor sa osnovnim elementima i veličinama:



Klipni motor (1-klip, 2- klipnjača, 3-kolenasto vratilo, 4-cilindar, 5-cilindarska glava, 6-donji deo motorske kućice, 7-gornji deo motorske kućice, 8- usisni ventil, 9-izduvni ventil,  $u$ - ulaz tečnosti za hlađenje,  $i$ -izlaz tečnosti za hlađenje).

Cilindar je najsloženiji i najznačajniji element na putu radnog medija. U cilindru dolazi do pretvaranja hemijske energije goriva u toplotu koja se zatim pomoću klipnog mehanizma pretvara u mehanički rad.

Mrtva tačka - položaj klipa u krajnjoj tački njegovog kretanja u cilindru, kada se ostvaruje minimalna ili maksimalna zapremina u cilindru. DMT je tačka krajnjeg položaja klipa u kojoj je zapremina cilindra maksimalna. GMT je tačka krajnjeg položaja klipa u kojoj je zapremina cilindra minimalna.

Takt - predstavlja pomeranje klipa od jedne do druge mrtve tačke. U svakom taktu obavi se deo radnog ciklusa motora.

Hod klipa (s) - rastojanje koje klip pređe krećući se iz jedne mrtve tačke u drugu. Jedan hod klipa odgovara polovini okretaja kolenastog vratila

Zapremina cilindra - pri kretanju klipa zapremina cilindra se menja, akarakteristične su sledeće zapremine:

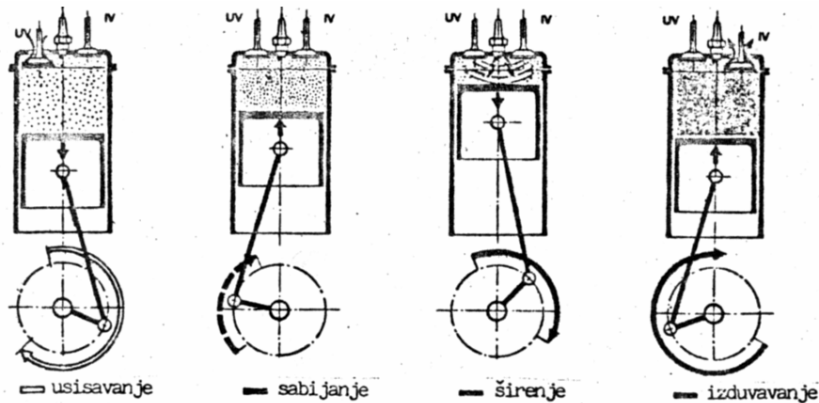
- ukupna zapremina cilindra ( $V_C$ ) - je zapremina prostora iznad klipa, kada se klip nalazi u DMT;

- radna zapremina ( $V_R$ ) - je zapremina koja odgovara hodu klipa od DMT do GMT;

- kompresiona zapremina ( $V_K$ ) - je zapremina prostora iznad klipa kada se klip nalazi u GMT.

Radni ciklus četvorotaktnog motora ( četiri hoda klipa- 2 puna okreta osovine) sastoji se od sledeća 4 takta:

I takt - usisavanje, II takt - sabijanje ili kompresija; III takt - širenja ili ekspanzija; IV takt - izduvavanje. Na slici je dat redosled odvijanja radnog ciklusa četvorotaktnog motora.

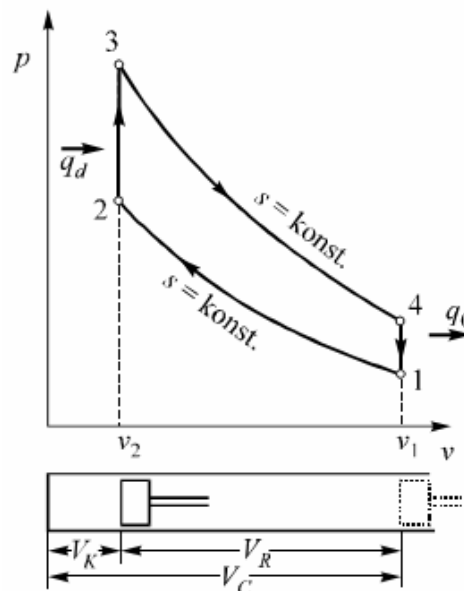


Kod dizel-motora u toku usisavanja u cilindar se usisava vazduh, a kod oto-motora smeša goriva i vazduha, mada se u novije vreme mogu sresti i oto-motori sa usisavanjem vazduha i ubrizgavanjem benzina u cilindar.

### Ottov kružni proces - teorijski

Ottov kružni process sastoji se iz:

- 2 adijabate: 1-2 sabijanje i 3-4 širenje i
- 2 izohore: 2-3 sagorevanje pri konstantnoj zapremini i 4-1 izduvavanje, predstavljeno kao odvođenje toplote pri konstantnoj zapremini.



Termodinamički ciklus Otto motora

Odnos između ukupne zapremine  $V_1$  i kompresione zapremine  $V_2$  naziva se stepen kompresije (kreće se u granicama od 7 do 12):

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{V_K + V_R}{V_K}$$

Kod Otovog procesa kompresija se vrši po adijabati od 1 do 2 pri čemu temperatura raste:

$$p_1 T_1^{\frac{\chi}{1-\chi}} = p_2 T_2^{\frac{\chi}{1-\chi}} \Rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\chi}{1-\chi}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right) \Rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1}\right)^{\frac{1-\chi}{\chi}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\chi-1} = T_1 \varepsilon^{\chi-1}$$

$$p_1 V_1^\chi = p_2 V_2^\chi \qquad p_1 V_1^\chi = p_2 V_2^\chi$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\chi \qquad T_1 V_1^{\chi-1} = T_2 V_2^{\chi-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\chi-1} = T_1 \varepsilon^{\chi-1}$$

$$Q_1 = Q_d = mc_v (T_3 - T_2)$$

Ekspanzija se vrši po adijabati od 3 do 4. Odvođenje toplote je pri  $V = const.$  od 4 do 1.

$$Q_2 = Q_o = mc_v (T_1 - T_4)$$

Tako je dobijeni rad:

$$L = Q_d - |Q_o|.$$

Termički stepen korisnosti u slučaju  $c_v = const.$  iznosi:

$$\eta_0 = \frac{L}{Q_d} = \frac{(Q_d - |Q_o|)}{Q_d} = 1 - \frac{|Q_o|}{Q_d} = 1 - \frac{mc_v (T_4 - T_1)}{mc_v (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

$$= 1 - \frac{T_1 \frac{T_4}{T_1}}{T_2 \frac{T_3 - T_1}{T_2}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\chi-1} = \boxed{1 - \frac{1}{\varepsilon^{\chi-1}}}$$

(1) .....  $T_1 V_1^{\chi-1} = T_2 V_2^{\chi-1}$  - j - na adijabate za proces 1-2 u T-V dijagramu

(2) .....  $T_4 V_4^{\chi-1} = T_3 V_3^{\chi-1}$  - j - na adijabate za proces 3-4 u T-V dijagramu

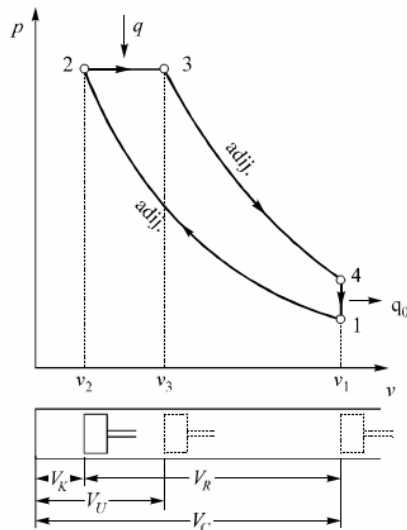
$$\frac{(2)}{(1)} \quad \frac{T_4}{T_1} \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\chi-1} = \frac{T_3}{T_2} \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\chi-1} \Rightarrow \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

Stepen korisnosti motora zavisi od vrste radnog tela (utoliko je veći ukoliko je  $\chi$  veće) i od stepena kompresije (i ukoliko je on veći stepen korisnosti je veći). Stepenn korisnosti se može povećati samo do određene granice.

### Dieselov kružni proces - teorijski

Dizelov kružni proces se sastoji iz dve adijabate, jedne izobare i jedne izohore . Kod desnokretnog ciklusa izobarskim procesom 2-3 toplota se dovodi u ciklus dok se izoharskim procesom 4-1 predaje okolini i kao takva se ne može iskoristiti za dobijanje rada.





### Termodinamički ciklus Dizel motora

Za razmatranje stepena korisnosti uvode se parametri:

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} - \text{stepen kompresije}$$

$$\varphi = \frac{V_3}{V_2} - \text{stepen predekspanzije}$$

Kod ovog procesa se toplota dovodi pri  $p = const.$   $Q_d = mc_p(T_3 - T_2)$ ,  
a odvodi pri  $V = const.$   $Q_o = mc_g(T_1 - T_4)$ .

Termički stepen korisnosti uz  $c_p = const.$  i  $c_v = const.$  iznosi:

$$\eta_D = \frac{Q_d - |Q_o|}{Q_d} = 1 - \frac{|Q_o|}{Q_d} = 1 - \frac{mc_g(T_4 - T_1)}{mc_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\chi} \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\chi \left( \frac{T_3}{T_2} - 1 \right)}$$

$$= \boxed{1 - \frac{1}{\varepsilon^{\chi-1}} \frac{\varphi^{\chi} - 1}{\chi(\varphi - 1)}}$$

$$\text{jer je } \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\chi-1} = \frac{1}{\varepsilon^{\chi-1}}$$

$\eta_T$  je utoliko veći ukoliko je veći stepen kompresije ( kreće se u granicama od 12 do 20), veći  $\chi$  (zavisnost od vrste radnog tela i opada sa stepenom predekspanzije).

2-3 proces pri  $p = const.$ :

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = \boxed{\varphi} - \text{Gej Lisakov zakon}$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_4}{T_3} \cdot \frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = \varphi^{\chi-1} \frac{1}{\varepsilon^{\chi-1}} \cdot \varphi \cdot \varepsilon^{\chi-1} = \boxed{\varphi^{\chi}}$$

$$T_4 V_4^{\chi-1} = T_3 V_3^{\chi-1}$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^{\chi-1} = \left( \frac{V_3}{V_2} \cdot \frac{V_2}{V_1} \right)^{\chi-1} = \varphi^{\chi-1} \frac{1}{\varepsilon^{\chi-1}}$$