**DINAMIKA**

**Osnovni pojmovi i zakoni dnamike**

Dinamika je deo teorijske mehanike u kojem se izučavaju zakoni kretanja materijalnih tela pod dejstvom sila. Osnovu dinamike čine Njutnovi zakoni koje je 1686. formulisao engleski fizaičar Isaac Newton, na kojima se bazira klasična ili Njutnova mehanika.

Osnovne su fizičke veličine dinamike *sila* i *masa*. Kad guramo ili vučemo neki predmet ili istežemo elastičnu oprugu, kažemo da delujemo silom. Delovanje sile može biti dvojako:

* sila može promeniti stanje kretanja nekom telu (ubrzavati ga ili usporavati)
* sila može promeniti oblik telu (deformisati ga).

U dinamici ćemo proučavati samo prvo delovanje sila, tj. promenu stanja kretanja pod dejstvom sile. Sila je vektorska veličina pa je uz intenzitet važno znati pravac delovanja i smer.

Masa je svojstvo svakog tela koje određuje njegovo ponašanje pri delovanju sile: što je veća masa tela to ga je teže ubrzati ili usporiti tj. promeniti mu stanje kretanja. Masa je mera inertnosti tela.

Možemo je podeliti na:

* Dinamiku materijalne tačke
* Dinamiku sistema materijalnih tačaka (krutog tela).

**Njutnovi zakoni**

**Prvi Njutnov zakon** – zakon inercije: Materijalna tačka (telo) ostaje u stanju mirovanja ili ravnomernog pravolinijskog kretanja, dok pod dejstvom sile ne bude prinuđeno da to svoje stanje promeni. Svojstvo tela da održava svoje stanje kretanja ili mirovanja zovemo inercija. Kvantitativna mera mehaničkog uzajamnog delovanja materijalnih tela naziva se sila. Kao mera mehaničkog kretanja može se uzeti količina kretanja, tj. proizvod vektora brzine i mase tela, , pa se i Njutnov zakon može iskatati i na ovaj način:

Ako na materijalnu tačku ne deluje nikakva sila onda je količina kretanja te materijalne tačke konstantna,, tj. tačka se kreće konstantnom brzinom.

**Drugi Njutnov zakon – osnovni zakon dinamike**: Brzina promene količine kretanja materijalne tačke (tela) jednaka je po intenzitetu, pravcu i smeru sili koja deluje na materijalnu tačku (telo):



Ovako napisan II Njutnov zakon važi za velike brzine (uporedive s brzinom svetlosti) – relativistički oblik II Njutnovog zakona.

Pri velikim brzinama mora se uzeti u obzir promena mase s brzinom – relativistička masa:



gde je  tzv. relativistička masa pri brzini ,  masa mirovanja, a - brzina svetlosti. Pri „običnim“ brzinama , promena mase s brzinom je zanemarljiva pa možemo smatrati da je masa konstantna. U tom slučaju II Njutnov zakon se iskazuje u obliku:



Intenzitet sile koja deluje na materijalnu tačku srazmeran je masi i intenzitetu njenog ubrzanja, dok se pravac i smer sile i ubrzanja poklapaju. Ovu vezu između sile, mase i ubrzanja zovemo II Njutnov zakon u nerelativističkom obliku ili jednačina kretanja.

**Treći Njutnov zakon – zakon o jednakosti akcije i reakcije**: Dejstvu (akciji) uvek je jednako protivdejstvo (reakcija), ili dva tela deluju jedno na drugo silama istih intenziteta i pravaca a suprotnih smerova.

Sile koje deluju na neko telo potiču iz okoline tog tela. Treći Njutnov zakon govori o interakciji određenog tela i njegove okoline. Ako telo A deluje na telo B silom  (akcija), tada i telo B deluje na telo A jednako velikom silom po iznosu i pravcu, ali suprotnog smera ; što se zapisuje u obliku:



Primere za III Njutnov zakon opažamo na svakom koraku, npr. teg na stolu pritiska sto svojom težinom , ali i podloga stola deluje na teg silom normalne reakcije , koja je po iznosu jednaka težini ali u suprotnom smeru. Sile akcije i reakcije uvek deluju na različita tela: težina tega  deluje na sto, dok sila reakcije podloge deluje na teg.

**Impuls sile i količina kretanja**

Pretpostavimo da na telo deluje stalna sila  u određenom vremenskom intervalu; kažemo da je telo pri tome dobilo impuls sile . Impuls sile je vektorska veličina (proizvod sile i vremenskog intervala) i ima pravac i smer sile:



Jedinica za impuls sile je Ns. Ako sila nije stalna, nego se menja u vremenu , tada impuls nalazino tako što vremenski interval podelimo na mnogo malenih intervala. U svakom takvom intervalu impuls je približno jednak proizvodu sile i vremenskog intervala. Ukupan impuls jednak je zbiru svih tih impulsa. Tačnu vrednost impulsa sile dobivamo uzimanjem granične vrednosti tog izraza:



Impuls sile jednak je integralu sile po vremenu u kojem ta sila deluje, odnosno grafički, površini ispod  krive.

Impuls sile menja količinu kretanja tela na koje sila deluje. Primenom II Njutnovog zakona izvešćemo vezu između impulsa sile i količine kretanja tela na koje sila deluje:



Primljeni impuls sile u vremenskom intervalu  između  i  biće jednak:



Impuls sile jednak je promeni količine kretanja tela na koje ta sila deluje. Impuls sile i količina kretanja nisu indentični pojmovi (sinonimi). Količina kretanja osobina je tela koje se kreće dok je impuls sile uticaj sile (okoline) na posmatrano telo. Jedinice impulsa i količine kretanja su jednake .

Vremenska zavisnost sile često nije poznata (impulsivna sila), pa se impuls sile ne može odrediti integraleći silu po vremenu; u tom slučaju merenje promene količine kretanja jedini je način određivanja impulsa sile.

**Zakon o očuvanju količine kretanja –** jedan od najvažnijih zakona u fizici.

Sistem materijalnih tačaka mase **** na koji ne deluju nikakve spoljašnje sile zove se zatvoreni (izolovani) sistem. Pokazat ćemo da za izolovani sistem važi zakon o održanju količine kretanja.

Ovaj zakon može se direkno izvesti iz Njutnovih zakona. Drugi Njutnov zakon za sistem čestica glasi:



gde je  rezultanta svih sila koje deluju na sistem, a - ukupna količina kretanja sistema. Ako je sistem izolovan, nema spoljašnjih sila, a unutrašnje sile se po III Njutnovom zakonu poništavaju, to je za izolovan sistem  Iz predhodnog izraza dobivamo:

, odnosno

.

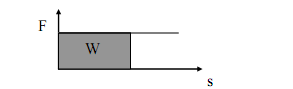
Ukupna količina kretanja zatvorenog sistema je konstantna bez obzira kakvi se procesi i međudelovanje dogodili u sistemu.

**Rad, energija i snaga**

U fizici rad je jednoznačno definisan kao savladavanje sile na određenom putu. Sila koja deluje na telo menja mu brzinu ili kompenzuje delovanje drugih sila koje deluju suprotno kretanju ili oboje. Gurajući telo uz strmu ravan savladavamo silu trenja, silu Zemljine teže i eventualno ubrzavamo telo.

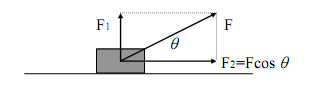
Najednostavniji je slučaj kretanja pod uticajem konstantne sile. Ako sila deluje u smeru puta, onda je rad jednak proizvodu sile i pređenog puta, tj.





Ako stalna sila zaklapa neki ugao  sa putom rad je jednak proizvodu komponente sile u pravcu puta  i puta s:







Prema tome, da li je  manji, veći ili jednak , rad može biti pozitivan, negativan ili nula.

Ako projekcija sile na put (Fs) nije na čitavom putu konstantna, već se menja tada rad (A), možemo izračunati pomoću integrala:



Rad je jednak integralu projekcije sile i prevaljenog puta. Rad se može odrediti i grafički u dijagramu u kome je ordinata projekcija sile na pravac puta (Fs), a apcisa put (s) kao površina lika omeđenog krivom Fs, apcisom i ordinatama s1 i s2. Sila i pomak su vektorske veličine, a rad je skalarna veličina. Ovakav proizvod dvaju vektora čiji je rezultat skalarna veličina zove se skalarni proizvod.

**Energija** je sposobnost vršenja rada: što telo ima veću energiju, to je moguće od njega dobiti veći rad. Kada telo vrši rad, energija mu se smanjuje, i obrnuto: ako okolina vrši rad na telu, energija mu se povećava. Rad prelazi u energiju i obrnuto. Jedinica i dimenzija rada i energije je identična.

Postoji više oblika energije: mehanička, elektromagnetska, hemijska, termička, nuklearna itd. Energija može prelaziti iz jednog oblika u drugi. Mehanička energija pojavljuje se u dva oblika: kinetička i potencijalna. Kinetička energija uzrokovana je kretanjem, a potencijalna položajem tela.

**Kinetička energija** je veličina koja opisuje stanje kretanja tela. Ako sila F ubrzava telo na nekom putu, možemo izračunati rad potreban za ubrzavanje tela od početne brzine v1, do konačne v2:



Odnosno nakon integraljenja:



Veličinu,  nazivamo kinetička energija materijalne tačke (čestice) mase m koja se kreće brzinom . Telu koje je je na početku imalo kinetičku energiju , obavljenim radom povećali smo kinetičku energiju na konačnu vrednost . Promena kinetičke energije jednaka je izvršenom radu:



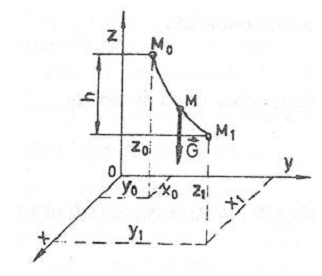
Ako telo izvrši rad, kinetička energija mu se smanjuje, kada se nad telom izvrši rad kinetička energija mu se povećava a kada je rad jednak nuli kinetička energija ostaje konstantna.

Kruto telo možemo smatrati sistemom čestica i njegovu kinetičku energiju možemo izračunati pomoću izraza:



Gde je M ukupna masa tela, a -brzina njegovog centra mase.

**Potencijalna energija** je sposobnost vršenja rada zbog toga što telo ima poseban položaj u odnosu na telo u čijem se polju nalazi.



Neka se tačka M, mase m pod dejstvom sile teže  kreće po nekoj krivoj iz položaja M0 u položaj M1. Rad sile teže na putu od M0 do M1 jednak je:



S obzirom da sila  ima projekciju samo na pravac ose z i da je , to je rad:



Dobili smo da je rad u polju sile teže jednak razlici dveju funkcija položaja. Funkciju , zovemo gravitaciona potencijalna energija na visini z iznad Zemljine površine. Predpostavili smo da je na površini Zemlje (z=0) potencijalna energija jednaka nulu.

Rad sile teže ne zavisi od puta već samo od početnog i konačnog položaja tela. Sile koje imaju osobinu da im rad ne zavisi od dužine puta i oblika trajektorije nazivaju se konzervativne sile (sila teže, elastična sila opruge, ...). Rad svake konzervativne sile možemo izraziti razlikom potencijalnih energija. Rad konzervativne sile na zatvorenom putu jednak je nuli:

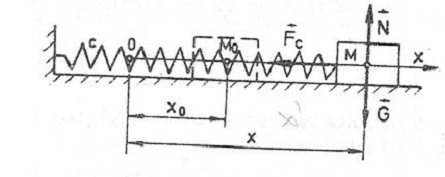


Rad sile trenja, naprotiv, zavisi od puta: što je put duži, rad je veći. Rad sile trenja po zatvorenom putu različit je od nule i to veći što je put duži. Nekonzervativne sile, kao što je sila trenja, zovemo i disipativne sile.

**Potencijalna energija opruge**

Neka je tačka M vezana oprugom krutosti k koja je drugim krajem vezana za nepokretnu ravan. Ako tačku M izvedemo iz ravnotežnog položaja, ona će pod dejstvom sile u opruzi vršiti pravolinijsko kretanje. Ako je x veličina deformacije opruge, k krutost opruge onda je projekcija sile u opruzi na Ox-osu , a rad sile na konačnom pomeranju M0M je oređe izrazom**:**

****



Slično kao za gravitacionu silu, potencijalna energija elastične sile opruge definiše se izrazom:

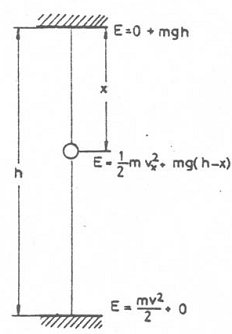


Uzmemo li, dogovorno, da je potencijalna energija nula u položaju ravnoteže (x=0), tada je potencijalna energija opruge:



gde je x pomak iz položaja ravnoteže.

**Zakon o očuvanju mehaničke energije**



Posmatrajmo ukupnu mehaničku energiju pri slobodnom padu. Telo mase m u početku je na visini h i miruje, pa je potencijalna energija , kinetička energija , a ukupna mehanička energija .

Kada telo slobodno padajući prevali put x, potencijalna energija mu je:, a kinetička energija , pa je ukupna energija:



ukupna je mehanička energija pri slobodnom padu sačuvana. Zbir kinetičke i potencijalne energije jednak je u svakoj tački:

 ili 

Možemo uopšteno zaključiti: U zatvorenom (izolovanom) sistemu u kojem nema disiptivnih sila (trenja) mehanička energija je onstantna. To je zakon o očuvanu mehaničke energije.

Ako sistem nije zatvoren, promena ukupne mehaničke energije jednaka je radu spoljnih sila koje deluju na sistem:



**Snaga**

Snaga je brzina vršenja rada ili brzina prenosa energije:



Snaga je skalarni proizvod vektora sile i vektora trenutne brzine. To je skalarna veličina. Jedinica za snagu je .

**Mehanički stepen korisnosti**

Ako je: Pi –indicirana ili utrošena snaga

P0- izgubljena snaga

onda je efektivna snaga**: **

Odnos između efektivne i indicirane snage je mehanički stepen korisnosti motora:

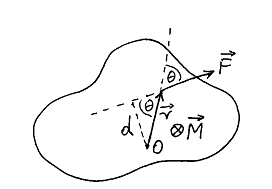


Taj odnos se izražava u % i pokazuje koliki deo od indicirane snage se pretvara u krisnu snagu. Stepen korisnosti motora je uvek manji od 1, odnosno 100%. ako je npr. , to znači da se od indicirane snage 75% pretvara u korisnu a na savladavanje različitih otpora se gubi 25%.

**ROTACIJA KRUTOG TELA**

Eksperimenti pokazuju da kruto telo pod delovanjem sile može pored translatornog kretanja izvoditi i rotaciju oko neke tačke. Uticaj sile na rotaciju opisuje se njenim momentom.

**Moment sile**



Razmotrićemo moment spoljne sile  s obzirom na proizvoljnu tačku O. Napadna tačka sile nalazi se na udaljenosti , od tačke pa je momemt sile vektorski proizvod:

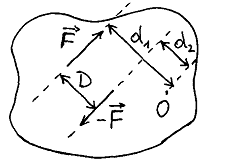
.

Moment je upravan na oba vektora tj. na ravan u kojoj leže oba vektora, smer momemta određujemo pravilim desne ruke: prsti u smeru strelice na sili, momentna tačka na strani dlana desne ruke, palac pokazuje smer momenta. Intenzitet momenta sile jednak je:



gde je  ugao između vektora  i , a  je najkraća udaljenost tačke O od pravca sile, koja se obično naziva krak sile. Rotira li kruto telo oko ose, tada na rotaciju utiče samo komponenta sile u ravni upravnoj na osu rotacije.

**Spreg sila**

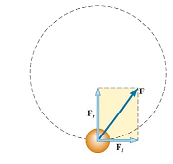


Razmotrićemo slučaj kada na telo deluju dve paralelne sile  i  istog intenziteta a suprotnog smera, čiji su pravci međusobno udaljeno za . Spreg sila proizvodi rotaciju tela u ravni određenoj pravcima sila. U odnosu na proizvoljno odabranu tačku O, svaka od sila stvara moment sile. Oni su suprotnih smerova, a intenziteti im se razlikuju jer su krakovi sila nejednaki. Rezultujući moment para sila dobijamo algebarskim sabiranjem momenata:



Moment para sila jednak je proizvodu intenziteta jedne sile i međusobnog razmaka pravaca dveju sila. Momenat para sila ne zavisi od izbora momentne tačke tj. dati par sila jednako nastoji zakrenuti kruto telo oko bilo koje učvršćene tačke.

**Dinamička jednačina rotirajućeg tela**



Kada telo rotira, svaka njegova tačka izvodi kružno kretanje. Neka materijalna tačka kruži oko tačke O po kružnici poluprečnika r. Ako je kruženje ubrzano na tačku deluje sila koja ima radijalnu (centripetalnu) komponentu  i tangencijalnu komponentu 

Vektorski zbir centripetalne i tangencijalne sile daje ukupnu silu  koja deluje na telo koje se neravnomerno kreće po kružnoj putanji: 

Pomnožimo li jednačinu  sa , dobijamo:



Što se može napisati pmoću vektorskog proizvoda:



Levu stranu jednačine definišemo kao moment sile:



A veličinu  kao momenat inercije materialne tačke:



Tako se dobija II Njutnov za rotaciju materijalne tačke:



koja ima sličnu ulogu pri kruženju kao drugi Newtonov aksiom  pri translaciji: pri tom je sili analogan moment sile, masi moment inercije, a ubrzanju ugaono ubrzanje.

Iz definicionih jednačina očigledno je da se moment sile izražava u njutn-metrima , a moment inercije u .

Pri rotaciji krutog tela oko nepomične ose, sve tačke izvode kretanje po kružnicama čija središta leže na osi rotacije za koju predpostavljamo da se poklapa sa osom z koordinatnog sistema. telo je podeljeno na N materijalnih tačaka, od kojih svaka ima masu  udaljenih od ose rotacije za .

Sabirajući jednačine za kruženje materijalne tačke po svim elementarnim masama  dobija se jednačina za rotaciju krutog tela oko nepomične ose.



U graničnom slučaju, sume prelaze u integrale:

****

gde je  rezultantni moment svih spoljašnjih sila u odnosu na osu rotacije, a  momenat inercije tela u odnosu na osu rotacije.

Momenat inercije je veličina karakteristična za svako telo koje rotira oko izabrane ose; on utiče na rotaciju slično kao što masa utiče na translaciju. Tela s velikim momentom inercije teže je zarotirati nego ona s malim momentom inercije.

Moment inercije krutog tela s obzirom na osu rotacije z definiše se izrazom**:**

**,**

gde je udaljenost infinitezimalne od ose rotacije, a integracija se provodi po celom telu. Prirodnije je da se integral po masi prevede u integral po zapremini, obzirom da je , predhodnu formulu možemo pisati u obliku:

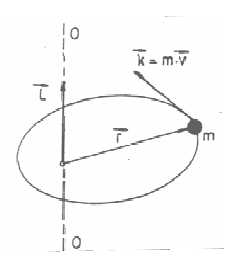


Za homogena tela, , pa je možemo izvući ispred integrala:



Osim od mase moment inercije zavisi i od rasporeda mase s obzirom na osu rotacije; preraspodelom mase što dalje od ose rotacije možemo učiniti da telo ima veliki moment inercije. Momenti inercije tela s obzirom na osu kroz centar mase daju se u tehničkim priručnicima bez izvođenja.

Ako je rezultantni moment jednak nuli , telo miruje ili jednoliko rotira. Ako je , telo će se kretati s konstantnim ugaonim ubrzanjem.



**Moment količine kretanja**

Veličina analogna količini kretanja je moment količine kretanja. Moment količine kretanja  materijalne tačke oko nepomične ose rotacije je vektorski proizvod vektora položaja  i vektora njene količine kretanja :

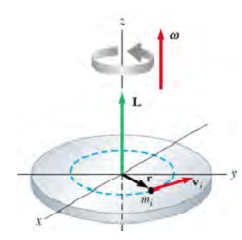


intenzitet momenta količine kretanja:



obzirom da je i , moment količine kretanja pri kruženju materijalne tačke je:





Moment količine kretanja krutog tela oko nepokretne ose rotacije z dobija se sumiranjem momenata količine kretanja za sve materijalne tačke koje čine telo:



Moment količine kretanja krutog tela koje rotira oko nepomične ose z jednak je proizvodu njegovog momenta inercije s obzirom na tu osu i ugaone brzine tela.

Iz jednačine  možemo izvesti još jedan izraz za moment količine kretanja materijalne tačke (tela) koje se kreće po kružnici:



Pa je jednačina kretanja materijalne tačke:



Ovaj zakon važi za svaku tačku sistema materijalnih tačaka ili krutog tela, dakle:



gde je  komponenta momenta spoljnih sila na pravac ose rotacije, a  projekcija ukupnog momenta količine kretanja na istu osu.



**Zakon održanja momenta količine kretanja**

Ako je vektorski zbir momenata svih spoljnih sila s obzirom na neku tačku jednak nuli, tada je moment količine kretanja krutog tela konstantan i po iznosu i po smeru tj. u zatvorenom sistemu momenat količine kretanja je sačuvan:



Obrće li se mehanički sistem oko ose z, tada je moment količine kretanja u pravcu ose z:

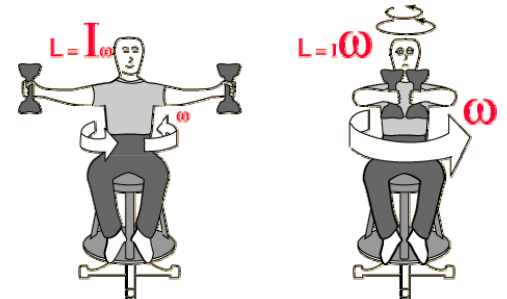


Ako je sistem izolovan tada je komponenta ukupnog momenta spoljnih sila u smeru ose z jednaka nuli, tada je:



Ako se za vreme obrtanja menja, tada se i  menja tako da  ostaje konstantno.

Primer održanja količine kretanja: Prandtlova stilica



**Rad, energija i snaga rotacije**

Da bismo telo koje miruje zarotirali do neke ugaone brzine potrebno je utrošiti određeni rad**.** Neka na elementarnu masu  deluje sila . Rad obavlja samo tangencijalna komponenta sile, koja ima pravac pomeranja **:**

****

Ako se telo pri rotaciji obrne za ugao  (*u rad*) pod uticajem momenta sile M, izvršeni rad je:

****

Taj rad se pretvara u **kineričku energiju rotacije**.

Pri rotaciji krutog tela, brzina bilo koje njegove tačke je ****,a njena konetička energija je **.**

Kinetička energija sistema tačaka (krutog tela) jednaka je zbiru kinetičkih energija svih tačaka iz kojih se sastoji sistem:

****

gde je moment inercije tela s obzirom na osu oko koje telo rotira.

**Snaga** pri rotaciji računa se iz definicione formule za snagu:



Snaga je jednaka proizvodu momenta sile i ugaone brzine.

**Analogne veličine i jednačine koje važe kod translatornog i rotacionog kretanja**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Translatorno kretanje** | | **Rotaciono kretanje** | |
| pomeraj, x |  | ugaoni pomeraj, |  |
| brzina, v |  | ugaona brzina, |  |
| ubrzanje**,** |  | ugaono ubrzanje, |  |
| masa, m |  | moment inercije, I |  |
| količina kretanja, K |  | moment količine kretanja, L |  |
| sila, F |  | moment sile, M |  |
| rad, A |  | rad rotacije, A |  |
| kinetička energija, |  | rotaciona kinetička energija, |  |
| snaga, P |  | snaga, P |  |

**Njutnov zakon gravitacije**

Gravitacijska sila deluje između svih tela, ali je teško je osetiti jer je malog intenziteta. Izraz za gravitacijsku silu kojom masa  deluje na masu je**:**

****

gde je- univerzalna gravitacijska konstanta. Znak - u izrazu za silu pokazuje da je smer sile suprotan smeru porasta .

Gravitacijska konstanta je vrlo mali broj, što ukazuje da su gravitacijske sile vrlo slabe, mnogo slabije od elektromagnetskih sila. Velika sila kojom Zemlja privlači tela na njenoj površini rezultat je velike Zemljine mase.

**Gravitacijsko polje**. Određena masa  deluje na sva ostala tela u prostoru gravitacijskom silom datom Njutonovim zakonom. Umesto da delovanje jedne ili više masa na drugu masu opišemo silom među njima, poslužićemo se često pojmom *polja***.** Kažemo da svaka masa u prostoru oko sebe stvara gravitacijsko polje u kome se oseća gravitacijsko delovanje. Ono je to jače što smo bliži masi i opada s kvadratom udaljenosti. Svako telo mase  koje se nađe u tom polju oseća njegovo delovanje, tim više što mu je masa veća.

Jačina gravitacijskog polja mase  definišemo kao odnos gravitacijske sile i mase na koju ta sila deluje:



Jedinica za gravitacijsko polje je  ili , dakle ista kao za ubrzanje.

**Gravitacijska potencijalna energija.**

Veza između sile i njoj odgovarajuće potencijalne energije je:



gde je r osa duž koje deluje sila. Potencijalnu energiju na osnovu sile dobijamo integraljenjem:



Obično se uzima da je potencijalna energija nula kada su mase beskonačno daleko, jer je tada i sila jednaka nuli. Uz taj dogovor dobivamo potencijalnu energiju dveju masa i udaljenih za :



Kada se radi o ptencijalnoj energiji nekog tela s ozirom na Zemlju, uzima se da je potencijalna energija nula na površini Zemlje (za  i ), dobijamo za potencijalnu energiju:



U slučaju da je visina , izraz za gravitacionu potencijalnu energiju prelazi u poznati oblik:



**Gravitacioni potencijal i napon**. Količnik potencijalne energije u nekoj tački gravitacionog polja i mase tela koje se nalazi u tom polju naziva se potencijal polja. Potencijal je potencijalna energija jedinice mase:



Razlika potencijala u tačkama A i B jednaka je količniku iz rada i mase, i ta veličina se naziva napon polja među tačkama A i B:

****

**STATIKA**

**Uslovi ravnoteže krutog tela**

Statika je u fizici disciplina koja se bavi proučavanjem tela u stanju ravnoteže.

Za ravnotežu je neophodno da se poništavaju ne samo spoljašnje sile, već i momenti spoljašnjih sila.

Uslovi statičke ravnoteže krutog tela:

* Rezultanta spoljašnjih sila koje deluju na telo treba da je jednaka nuli.
* Rezultantni moment spoljašnjih sila oko bilo koje ose rotacije treba da je jednak nuli.

Što je matematički formulisano kao:



Uslovi ravnoteže za sve pravce koordinatnog sistema: