

UVOD

1. Predmet i podela fizike

Fizika je fundamentalna prirodna nauka, koja se bavi proučavanjem:

- osnovnih zakona prirode,
- stanja i svojstava materije (supstanci i energije) i njihovih promena,
- mikrosveta (molekula, atoma, elementarnih čestica) i makrosveta (planeta, zvezda, galaksija, svemira),
- jednostavnih i složenih sistema,
- brzih i sporih procesa.

Fizičari nastoje otkriti zakone o ponašanju materije u raznim uslovima i dobijena znanja primeniti u tehnologiji i tehniци. Celokupna priroda, sve što nas okružuje izrađeno je od materije koja se nalazi u neprestanom kretanju. Materija prelazi iz jednog oblika u drugi (doživljava promene), i pri tome ostaje neuništiva i sačuvana.

Fizika je nauka koja proučava određeni deo prirodnih pojava. Prema svojoj srodnosti deli se u ove grane: mehaniku, akustiku, kaloriku, magnetizam, elektriku, optiku i atomsku fiziku. Svrha joj je da utvrdi zakone po kojima se te prirodne pojave zbivaju. Svim granama fizike je svojstveno kretanje, jer se sve promene (prirodne pojave) dešavaju zbog kretanja materije, bez obzira da li se radi o spoljašnjem ili unutrašnjem kretanju. Za kretanje se kaže da predstavlja oblik postojanja materije i da se dešava u prostoru i vremenu. Tako npr. kod toploće dominantno je molekularno kretanje, kod elektriciteta kretanje elektrona, kod magnetizma kretanje elementarnih magnetića i njihova rotacija.

U fizici postoje dve metode: eksperimentalna i teorijska. Eksperimentalna metoda bazira se na eksperimentu i merenju. Nekad je lakše doći do određenog fizičkog zakona teorijski, pomoću matematike, a zatim ga, eventualno proveriti pomoću eksperimenta. S obzirom na ove metode fizika se može podeliti na eksperimentalnu i teorijsku fiziku. Teorijska fizika matematički razvija i povezuje fizičke zakone, dok eksperimentalna fizika do rezultata dolazi na osnovu iskustva. Matematika je vrlo važno oruđe fizičara. Ona služi za prikazivanje fizičkih zakona u konciznoj i jasnoj formi, njihovo povezivanje i izvođenje jednog iz drugog.

Fizika kao nauka može se podeliti na klasičnu i modernu. Klasična fizika proučava pojave iz makrosveta tj. pojave koje možemo videti i direktno meriti. Krajem XIX pojavljuju se pojave koje klasična fizika ne može objasniti. Tada se pojavljuje moderna fizika, relativistička mehanika i kvantna fizika.

Fizika koja proučava zakone prirodnih pojava i njihovu praktičnu primenu u tehničkim aplikacijama zove se **tehnička fizika**. Poznavanje prirodnih zakona neophodno je za razumevanje raznih tehničkih problema.

Tehnička dostignuća proizašla su iz dosadašnjih naučnih istraživanja u fizici i drugim prirodnim naukama, bez razvoja prirodnih nauka ne može se ni zamisliti budući razvoj tehnike.

1.2. Fizičke veličine i jedinice

Fizika je u osnovi eksperimentalna nauka. U eksperimentima se obavljuju merenja određenih karakteristika posmatranog sistema. Takve karakteristike jesu fizičke veličine a rezultat merenja je vrednost fizičke veličine.

Za opisivanje osobina tela ili pojava u fizici koriste se fizičke veličine. Primer: dužina predmeta, visina čoveka, brzina automobila, temperatura

Fizička veličina - merljivo svojstvo (parametar) fizičkog stanja, procesa ili tela, koje omogućuje definisanje fizičke pojave i njeno opisivanje u matematičkom obliku pomoću odgovarajućih jednačina (put, vreme, masa, brzina, rad, energija, temperatura itd.). Fizički pojam postaje fizička veličina kada ga je preko njegove definicije moguće izmeriti.

Fizičke veličine označavaju se malim ili velikim slovom latinske abecede ili grčkog alfabetra. Oznake fizičkih veličina dogovorene su na međunarodnom nivou, to su uglavnom početna slova engleskih ili latinskih naziva odgovarajućih fizičkih veličina. Tako npr. simbol za brzinu je v (velocity, velocitas), vreme t (time, tempus), silu F (force), rad W (work) i td.

Fizički zakoni – izražavaju se pomoću jednačina (formula) koje povezuju fizičke veličine u tom zakonu. Poznavanje fizičkih zakona omogućilo je gradnju mašina, radio-aparata, televizora, termo-elektrana, hidroelektrana itd. Dakle, poznavanje fizičkih zakona omogućilo je današnji tehnički razvitak čovečanstva.

Merenje je osnova svih prirodnih nauka, pa i fizike, koja je tipična eksperimentalna nauka. Engleski fizičar i matematičar William Thomson, lord Kelvin (1824 -1907) istakao je važnost merenja ovim rečima:

“...Kada ono o čemu govorite možete izmjeriti i izraziti brojevima, tada znate nešto o tome; kada to ne možete izmjeriti, tada je vaše znanje oskudno i nedovoljno...”

William Thomson (lord Kelvin) (1824.-1907.)

„Nauka počinje od vremena kada počinje merenje“
(Medelev, osnivač ruske metodologije)

„Svaka stvar je poznata u tom stepenu u kom može da se izmeriti“
(Tomson, osnivač engleske metodologije)

Meriti neku fizičku veličinu znači odrediti broj koji pokazuje koliko puta ta veličina sadrži u sebi istovrsnu veličinu dogovorno uzetu za mernu jedinicu. Merna jedinica je proizvoljna količina veličine koja se meri sa dodeljenom numeričkom vrednošću od jedan. Tako npr. dužinu merimo upoređivanjem s poznatom dužinom od 1 metra. Tako ćemo dobiti brojnu vrednost fizičke veličine koju merimo. Pored brojne vrednosti potrebno je poznavati i njenu jedinicu.

Metrologija je nauka i tehnika o merenju. Bavi se pronalaženjem i usklađivanjem najpogodnijih mernih jedinica i njihovih etalona, merilima i uvođenjem jedinstvenog međunarodnog sistema jedinica u sve grane nauke i tehnike.

Fizička veličina Q označava se proizvodom mernog broja i merne jedinice

$$\text{Osnovna jednačina metrologije glasi: } Q = q J_Q$$

gde je Q oznaka fizičke veličine, q brojna vrednost fizičke veličine J_Q jedinica fizičke veličine. U primeru $F = 5 \text{ N}$, F je fizička veličina, 5 je merni broj fizičke veličine, a N jedinica fizičke veličine.

Dimenzionalne i bezdimenzionalne veličine

Fizičke veličine koje posmatramo u fizici, izražavaju se jednim ili sa više brojeva. Npr. temperatura se izražava jednim brojem; brzina, posmatrana kao vektor, sa tri broja. Ako ovaj broj ili brojevi zavise od mernih jedinica izabranih prilikom merenja te veličine, ona se naziva dimenzionalnom. Uz broj je tada uvek potrebno još i reći u kojim mernim jedinicama je posmatrana brojna vrednost data. Veličine čija brojna vrednost, ne zavisi od izbora mernih jedinica, nazivaju se bezdimenzionalnim. Npr. ako ugao α definišemo kao odnos dužine luka s i poluprečnika r :

$$\alpha = \frac{s}{r}$$

ugao α će da bude bezdimenzionalna veličina jer njegova brojna vrednost ne zavisi od izbora jedinice za merenje dužine luka i poluprečnika i posle brojne vrednosti ugla nije potrebno reći koje merne jedinice su korišćene.

Međunarodni sistem jedinica (SI)

Fizičke veličine mogu se podeliti na osnovne i izvedene, a ista podela važi i za merne jedinice. Osnovne fizičke veličine su one koje ne možemo jednu iz druge izvesti već ih moramo definisati. Sve ostale, izvedene, možemo izvesti iz osnovnih. Osnovne i izvedene jedinice čine sistem jedinica. Danas se uglavnom primenjuje iskazivanje fizičkih veličina i jedinica u skladu sa Međunarodnim sistemom jedinica SI.

Međunarodni sistem jedinica SI (skraćenica SI izvedena je prema francuskom nazivu *Le System International d'Unites*) je moderni metrički sistem mera, kojeg je uspostavila 1960. Generalna konferencija o merama i tegovima, koja je međunarodna organizacija koja se brine o širenju SI i po potrebi njegovoj modifikaciji, u skladu s napredkom u nauci i tehnologiji. Upotreba SI sistema obavezna je u javnim komunikacijama.

Sadašnja verzija SI, usvojena 1971., temelji se na sedam osnovnih jedinica za sedam osnovnih veličina koje su međusobno nezavisne iz kojih se matematičkim operacijama izvode sve ostale jedinice. Rezultati moraju biti izraženi isključivo u SI sistemu jedinica, jer je on jedini koji se dozvoljeno koristi u inženjerskoj praksi.

Osnovne veličine SI sistema i njihove jedinice

Fizička veličina	Jedinica	
	Naziv	Oznaka
Dužina	Metar	m
Masa	Kilogram	kg
Vreme	Sekunda	s
Jačina el. struje	Amper	A
Temperatura	Kelvin	K
Jačina svetlosti	Kandela	cd
Količina materije	Mol	mol

Za definisanje izvedenih veličina koje ćemo koristiti, u mehanici dovoljne su prve tri jedinice (veličine), a to su:

- masa, s dimenzijom $[m] = M$, dakle $[m]_{SI} = kg$,
- dužina, s dimenzijom $[l] = L$, dakle $[l]_{SI} = m$,
- vreme, s dimenzijom $[t] = T$, dakle $[t]_{SI} = s$

Preostale četiri jedinice susresti ćemo u drugim područjima fizike:

- u nauci o topлоти:
 - температура, с димензијом $[T] = \theta$, дакле $[T]_{SI} = K$.
 - количина материје, с димензијом $[n] = N$, дакле $[n]_{SI} = mol$
- у електродинамичи:
 - јачину електричне струје, с димензијом $[I] = I$, дакле $[I]_{SI} = A$
 - у фотометрији:
 - јачина светlosti, с димензијом $[J] = J$, дакле $[J]_{SI} = cd$

Уobičajeno je да се основне единице исте физичке величине написане у општем облику зову димензије. (Независно мери ли се дужина у mm, m, km, инч, стопа, mile димензија јој је L)

Основне димензије могу се означити: L, M, T, θ, I, N и J, а димензија величине Q у општем облику постaje једнака:

$$[Q] = L^a M^b T^c \theta^d I^e N^f J^h$$

a, b, c, \dots су дименцијски експоненти.

Димензија $[Q]$, односно единица $[Q]_{SI}$ сваке физичке величине Q може се приказати производом експонената осnovних димензија, односно единица у облику:

$$[Q] = L^a M^b T^c \theta^d \dots \text{односно } [Q]_{SI} = kg^a m^b s^c K^d \dots$$

Основне физичке величине могу се мерити директно, а изведене се могу мерити само индиректно.

Изведене единице су дефинисане комбинацијом осnovних, помоћу алгебарских израза (дефиниционе формуле) - употребом математичких операција множења и делjenja.

Izvedene merneединице (Važne физичке величине у односу на основне величине SI-система)

Fizička veličina	Definicija	Oznaka jedinice	Odnos prema osnovним jedinicama SI-sistema
Površina		m^2	$m^2 = m \cdot m$ (kvadratni метар)
Zapremina		m^3	$m^3 = m^2 \cdot m$ (кубни метар)
Brzina	Pređeni put/vreme	m/s	метар у секundi
Gustina	Masa/Zapremina	kg/m^3	kilogram по метру кубном
Ubrzanje	Promena brzine/vreme	m/s^2	метар у секundi на квадрат
Zapreminski protok	Zapremin a/vreme	m^3/s	метар кубни у секundi
Maseni protok	Masa/vreme	kg/s	kilogram у секundi
Sila	Masa · Ubrzanje	N	$N = kg \cdot m/s^2$ (Нјутн)
Pritisak	Sila/Površina	Pa	$Pa = N/m^2 = kg \cdot m/s^2 \cdot m^{-2}$ (Паска)
Rad	Sila · Put	J	$J = N \cdot m = kg \cdot m^2/s^2$ (Джул)
Snaga	Rad / Vreme	W	$W = J/s = N \cdot m/s = kg \cdot m^2/s^3$ (Ват)
Toplota	Energija	J	$J = N \cdot m = kg \cdot m^2/s^2$ (Джул)
Toplotna provodljivost	Kapacitet Put · Temp.razlika	$\frac{W}{m \cdot K}$	$\frac{W}{m \cdot K} = \frac{kg \cdot m^2}{s^3 \cdot m \cdot K}$

Specifični topotni kapacitet	<i>Energija</i> $Masa \cdot Temp. razlika$	$\frac{J}{kg \cdot K}$	$\frac{J}{kg \cdot K} = \frac{kg \cdot m^2}{s^2 \cdot kg \cdot K}$
Dinamička viskoznost	<i>Tangencijalni napon *vreme</i>	$Pa \cdot s$	$Pa \cdot s = \frac{N}{m^2} \cdot s = \frac{kg \cdot m}{m^2 \cdot s}$ (Paskal-sekunda)
Kinematička viskoznost	<i>Dinamička viskoznost/gustina</i>	$\frac{Pa \cdot s}{kg/m^3}$	m^2/s (kvadratni metar u sekundi)
Električni napon	<i>El. rad/Jačina el. struje</i>	V	$V = \frac{W}{A} = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$ (Volt)
Električni otpor	<i>Napon/Jačina el. struje</i>	Ω	$\Omega = \frac{V}{A} = \frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^3}$ (Om)
El. kapacitet	<i>Jačina el. struje *vreme</i>	C	$C = A \cdot s$ (Kulon)

Dimenzija fizičke veličine određuje njenu grupu.

Odnos mernih brojeva (brojnih vrednosti) dvaju merenja u istoj kategoriji (osnovnoj ili iznedenoj) ne zavise od izbora merila za osnovne jedinice.

Primer:

$$A_1 = 15 m^2$$

$$\overline{A}_1 = 15\ 000 cm^2$$

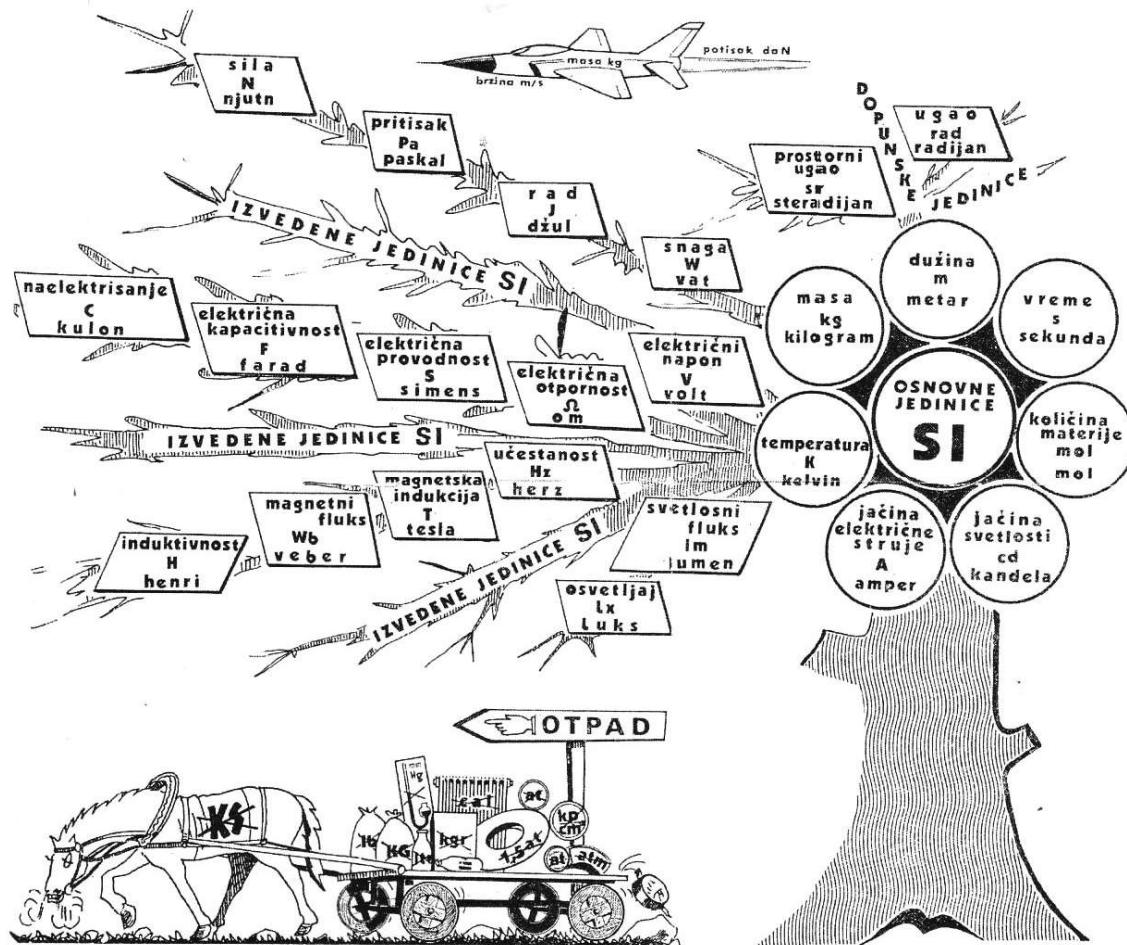
$$A_2 = 5 m^2$$

$$\overline{A}_2 = 50\ 000 cm^2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = 3$$

$$\frac{\overline{A}_1}{\overline{A}_2} = 3$$

Ilustracija osnovnih, dopunskih i izvedenih SI jedinica



Važno!

- Za upotrebu su dozvoljene samo jedinice na "stablu". Sve ostale (stare) jedinice su zabranjene ("otpad")

Prefiksi fizičkih veličina

Jedinice fizičkih veličina se vrlo često ne koriste u svom osnovnom obliku već višestruko umanjene ili uvećane. Prefiksi predstavljaju umnoške jedinica zasnovane na različitim eksponentima broja 10. SI definiše 20 prefiksa, koji se mogu koristiti uz osnovne ili izvedene jedinice.

Numerički faktori, nazivi i oznake

Faktor	Naziv	znak	faktor	naziv	znak
10^1	deka	da	10^{-1}	deci	d
10^2	hekto	h	10^{-2}	centi	c
10^3	kilo	k	10^{-3}	mili	m
10^6	mega	M	10^{-6}	mikro	m
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	piko	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	eksa	E	10^{-18}	ato	a
10^{21}	zeta	Z	10^{-21}	zepto	z
10^{24}	jota	Y	10^{-24}	jokto	y

Dimenzijske izvedene fizičke veličine. Dimenziona analiza

Dimenzijske veličine su u fizici jedan od načina opisa prirode fizičke veličine.

Dimenziju neke izvedene fizičke veličine karakteriše njena matematička zavisnost od osnovnih fizičkih veličina. Npr u mehanici se dimenzija izvedene fizičke veličine, recimo Q, karakteriše sledećom matematičkom zavisnošću od dimenzija L, M i T osnovnih fizičkih veličina dužine l, mase m i vremena t:

$$[Q] = M^a L^b T^c$$

tj. kao proizvod eksponenata osnovnih dimenzija, gde su a, b, c - dimenzijski eksponenti.

Simbolična jednačina naziva se dimenziona jednačina izvedene fizičke veličine Q i mora zadovoljiti zakone algebre

Primeri izvedenih dimenzija fizičkih veličina

Izvedene dimenzije slijede iz definicije veličina – definicione formule.

Dimenzione formule brzine, ubrzanja i sile glase:

$$\text{brzina} = \frac{\text{put}}{\text{vreme}}, \text{ s dimenzijom } [v] = \left[\frac{s}{t} \right] = \left[\frac{s}{\text{t}} \right] = \frac{L^1}{T^1} = LT^{-1}, \text{ dakle } [v]_{SI} = m/s$$

$$\text{ubrzanje} = \frac{\text{brzina}}{\text{vreme}}, \text{ s dimenzijom } [a] = \left[\frac{v}{t} \right] = \left[\frac{v}{\text{t}} \right] = \frac{L^1}{T^2} = LT^{-2}, \text{ dakle } [a]_{SI} = m/s^2$$

$$\text{sila} = \text{masa} \cdot \text{ubrzanje}, \text{ s dimenzijom } [F] = [m \cdot a] = [m] \cdot [a] = M \frac{L}{T^2} = MLT^{-2},$$

$$\text{dakle } [F]_{SI} = kg \frac{m}{s^2}$$

Ako fizička veličina ne zavisi od osnovnih fizičkih veličina kaže se da je takva veličina nulte dimenzije, npr. dimenziona formula ugla:

$$\text{ugao} = \frac{\text{dužina luka}}{\text{poluprečnik}}, \text{ s dimenzijom } [\alpha] = \left[\frac{s}{r} \right] = \left[\frac{s}{\text{r}} \right] = \frac{L^1}{L^1} = L^0$$

Ako se zna dimenziona formula neke izvedene fizičke veličine može se lako izraziti i njena jedinica u odgovarajućem sistemu jedinica. Poznavanje dimenzija izvedenih fizičkih veličina značajno je radi proveravanja fizičkih formula ili dobijenih rezultata, pošto se mogu izjednačiti sano fizičke veličine istih dimenzija. Fizički izrazi moraju biti dimenzionalno korektni (ne mogu se sabirati kruške i jabuke).

Često se za rešavanje problema u fizici koristi univerzalna provedura pod nazivom *dimenzionalna analiza*. Ova procedura je uvek primenljiva i može da se iskoristi za svođenje pamćenja formula na najmanju moguću meru. U okviru dimenzijske analize, dimenzijske fizičke veličine se tretiraju kao algebarske promenljive, a to znači da veličine mogu da se sabiraju ako imaju iste dimenzije, kao i to da leva i desna strana jednačina moraju da imaju iste dimenzije (princip dimenzijske homogenosti jednačina), bez obzira na to koji se sistem jedinica koristi.

Primer 1:

Pomoću dimenzionalne analize proverite ispravnost jednačine:

$$x = x_0 + vt + at^3$$

gdje je x udaljenost, v brzina i a ubrzanje.

$$L = L + \frac{L}{T} \cdot T + \frac{L}{T^2} \cdot T^3 \Rightarrow L \neq L + L + LT$$

Sta bi trebalo promeniti da jednačina bude ispravna?

Primer 2:

Da li je moguće da formula za neki vremenski period (T) glasi, $T = \pi \sqrt{l/a}$ gde je sa l označena neka dužina, a sa a neko ubrzanje.

Da bi formula bila moguća dimenzije (jedinice) leve i desne strane jednačine moraju biti jednakе. Jedinica za veličinu sa leve strane jednačine je $[T]=s$. Jedinica desne strane jednačine je:

$$[\pi \cdot \sqrt{l/a}] = [\pi] \cdot [\sqrt{l/a}] = 1 \cdot [(l/a)^{1/2}] = [l^{1/2} \cdot a^{-1/2}] = m^{1/2} \cdot (m \cdot s^{-2})^{-1/2} = m^{1/2} \cdot m^{-1/2} \cdot s = s$$

Matematičke konstante (π, e, \dots) su neimenovani brojevi, i imaju dimenziju 1. Obzirom da leva i desna strana jednačine imaju iste jedinice ($s=s$), sa te strane formula je miguća.

Primer 3:

Primenom dimenzijske analize odrediti da li jednačina za centralnu silu može da glasi $F=m\omega^2r$ ili $F=m\omega^2/r$, gde je sa m označena masa, sa ω ugaona brzina, a sa r poluprečnik rotacije.

Rešenje: Ispravan je oblik $F=m\omega^2r$.

Primer 4:

Zadata je jednačina:

$$x=x_0+\alpha \cdot a + \beta \cdot x^2 + \gamma \cdot v^3$$

gde je x - put, v – brzina, a - ubrzanje

Odrediti α , β i γ tako da jednačina odgovara fizičkoj stvarnosti.

Svaki sabirak mora imati dimenziju dužne.

$$[\alpha] \cdot [a] = [\alpha] \cdot \frac{L}{T^2} = L \Rightarrow [\alpha] = \frac{L}{\frac{L}{T^2}} = T^2$$

$$[\beta] \cdot [x^2] = [\beta] \cdot L^2 = L \Rightarrow [\beta] = \frac{L}{L^2} = L^{-1}$$

$$[\gamma] \cdot [v^3] = [\gamma] \cdot \frac{L^3}{T^3} = L \Rightarrow [\gamma] = \frac{L}{\frac{L^3}{T^3}} = T^3 L^{-2}$$

Dimenzijska analiza koristi se i u slučaju kada nisu poznati izrazi za neku pojavu, ali su poznate veličine koje se na nju odnose (podsećanje na zaboravljene formule)

Primer 5:

Ukoliko tražimo formulu koja povezuje pređeno put x za vreme t pri kretanju tela iz stanja mirovanja sa ubrzanjem a pretpostavićemo da je veza ovih triju veličina opšteg oblika:

$$x = C a^\alpha t^\beta$$

gde su α i β nepoznati brojevi a C konstanta bez dimenzija. Ova relacija je tačna jedino ako su dimenzije leve i desne strane jednakе. Kako je dimenzija leve strane dužina to i dimenzija desne strane takođe mora da bude dužina, odnosno:

$$[a^\alpha t^\beta] = L = L^1$$

Izraženo preko dimenzija ubrzanja i dimenzija vremena dobija se:

$$\left(\frac{L}{T^2}\right)^\alpha T^\beta = L^1 \Rightarrow L^\alpha T^{\beta-2\alpha} = L^1 T^0$$

Da bi obe strane jednačine imale iste dimenzije, eksponenti moraju biti isti.. Upoređujući eksponente dolazimo do jednačina:

$$\beta - 2\alpha = 0 \text{ i } \alpha = 1 \Rightarrow \beta = 2$$

Time je određena funkcionalna zavisnost pređenog puta x , ubrzanja a i vremena t kao:

$$x \propto at^2$$

Bezdimenzionalni faktor C nije moguće odrediti na ovaj način, a on iznosi 0,5 u tačnom rezultatu.

Primer 6:

Potrebno je odrediti ubrzanje a tačke, koja se kreće jednoliko brzinom v po kružnici poluprečnika r , kada se zna da je $a = f(v, r)$, ali se ne sećamo tačnog izraza:

$$a = f(v, r)$$

$$a = k v^m r^n$$

Dimenzijske odgovarajućih fizičkih veličina su:

$$[a] = LT^{-2} \quad [v] = LT^{-1} \quad [r] = L$$

Postavlja se izraz jednakosti dimenzija:

$$LT^{-2} = k(LT^{-1})^m L^n = kL^m T^{-m} L^n = kL^{(m+n)} T^{-m}$$

Kako eksponenti istih dimenzija moraju biti jednaki s obe strane znaka jednakosti sledi:

- za L: $1 = m + n$
- za T: $-2 = -m$

dobija se: $m = 2$, $n = -1$.

$$\text{Prema tome tačan je izraz: } a = k \frac{v^2}{r} \Rightarrow a = \frac{v^2}{r}$$

Ako neko nije siguran da je bezdimenzioni koeficijent $k=1$, mora pronaći tačan izraz u literaturi ili provesti eksperiment.

Primer 7: Hidrostatički pritisak

Može se predpostaviti da pritisak u tečnosti zavisi od gustine tečnosti, ubrzanja zemljine teže i dubine:

$$p - p_a = f(\rho, g, h) \Rightarrow p - p_a = B\rho^x g^y h^z$$

B – bezdimenziona konstanta

x, y, z – nepoznate

Dimenzija leve strane mora biti jednaka dimenziji desne strane

$$MLT^{-2}L^{-2} = M^x L^{-3x} L^y T^{-2y} L^z \Rightarrow ML^{-1}T^{-2} = M^x L^{-3x+y+z} T^{-2y}$$

Izjednačavanjem izložioca istih osnova dobija se:

$$1 = x; \quad -1 = -3x + y + z; \quad -2 = -2y \Rightarrow y = 1 \quad -1 = -3 \cdot 1 + 1 + z \Rightarrow z = 1$$

Zamenom dobijenih vrednosti izraz za hidrostatički pritisak postaje:

$$p - p_a = B\rho gh$$

Konstanta B je neodređena ovom metodom, ali teorijskim rešavanjem dobijamo da ona iznosi 1 (B=1).

Konverzija jedinica

Često nam je neophodno da znamo da konvertujemo jedan tip jedinica u druge, jer se u praksi još uvek mogu naći podaci koji su izraženi jedinicama van SI. Konverzija mernih jedinica je postupak konverzije različitih istorodnih mernih jedinica, korišćenjem konverzionih faktora. Ako merimo istu fizičku veličinu:

$$Q = q_1 J_{Q1} = q_2 J_{Q2} \Rightarrow q_2 = q_1 \frac{J_{Q1}}{J_{Q2}} = q_1 k$$

gde je k faktor konverzije.

Primeri:

Izraziti jedinice za zapreminu kubni centimetar, litar ($1\text{l} = 1\text{dm}^3$) i mililitar u jedinicama SI

Jedinicu za gustom CGS sistema g/cm^3 izraziti u jedinicama SI.

Jedinicu za brzinu km/h (kilometar na čas) izraziti u jedinicama SI.

Jedinicu za ugaonu brzinu ob/min (obrtaj u minuti) izraziti u SI.

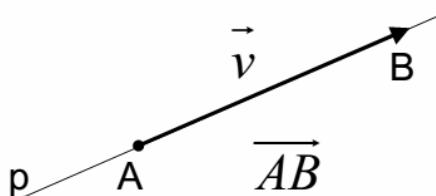
Izraziti jedinicama SI:

$20 \text{ daN}/\text{mm}^2$, $20 \text{ kN}/\text{cm}^2$, 100 kWh

Skalarne i vektorske veličine

Većina fizičkih veličina su ili *skalari* ili *vektori*. Skalarne veličine su veličine potpuno određene svojom brojnom vrednošću i odgovarajućom jedinicom. Primeri skalarnih veličina su dužina, zapremina, gustina, temperatura, masa, snaga, rad, vreme itd. Npr. ako kažemo da je masa nekog tela 25 kg , potpuno smo definisali tu skalarnu veličinu.

Naprotiv, za potpuno definisanje vektora moramo poznavati pravac, smer i intenzitet vektora. Linija na kojoj leži vektor zove se napadni pravac. Brojna vrednost izražena u određenim jedinicama zove se iznos (intenzitet, modul ili apsolutna vrednost) vektora. U vektorske veličine spadaju: brzina \vec{v} , ubrzanje \vec{a} , sila \vec{F} , količina kretanja \vec{K} , moment količine kretanja \vec{L} , moment sile \vec{M} , ugaona brzina $\vec{\omega}$ i druge. Tako je npr. brzina vektorska veličina. Zato nije dovoljno reći da je brzina $100 \text{ km}/\text{h}$, već treba definisati pravac i smer.



Vektore možemo obeležiti i velikim slovima, koja označavaju početak i kraj vektora (npr. \vec{AB} na crtežu)

Vektor se grafički predstavlja pomoću orijentisane duži čija dužina u nekoj razmeri predstavlja intenzitet (brojnu vrednost), pravac duži predstavlja pravac vektora,

dok strelica označava smer vektora. Vektor se označava latinskim slovom sa strelicom iznad npr. \vec{v} dok $|\vec{v}|$ ili samo v označava intenzitet.

Vektori i operacije s vektorima

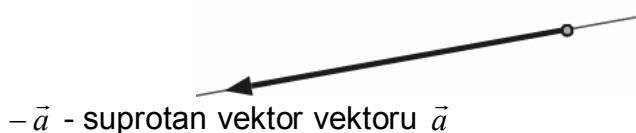
Vektori su određeni intenzitetom, smerom i pravcem delovanja

smer delovanja

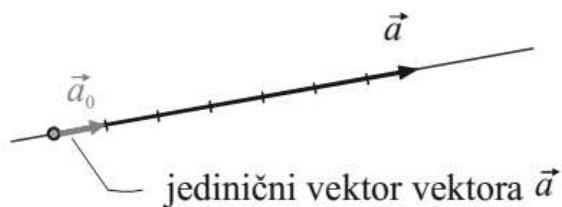


a - modul ili veličina ili intenzitet vektora, $a = |\vec{a}|$

- **Suprotan vektor**



- **Jedinični vektor (ort)**

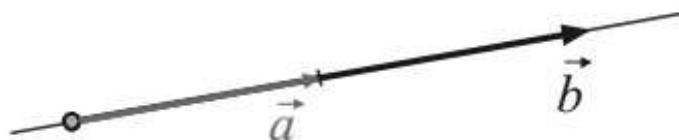


$$\vec{a}_0 = \frac{\vec{a}}{a} \text{ ili } a = a\vec{a}_0, \quad |\vec{a}_0| = a_0 = 1$$

- **Množenje vektora skalarom**

Proizvod skalara i vektora je vektor

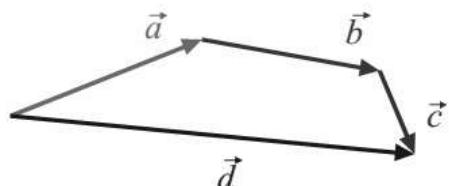
Npr. $\vec{b} = 2\vec{a}$



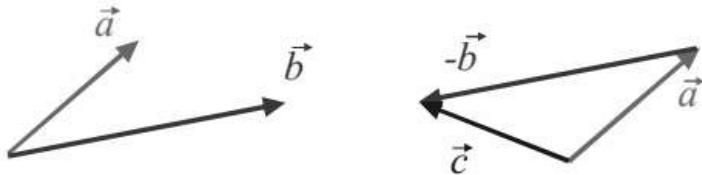
- **Sabiranje vektora**

Zbir dva ili više vektora je vektor

$$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$



▪ **Oduzimanje vektora = sabiranje suprotnog vektora,**



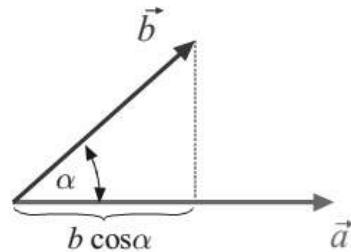
$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

▪ **Skalarni proizvod vektora:** $\lambda = \vec{a} \cdot \vec{b}$

Skalarni proizvod dvaju vektora je skalar čiji je intenzitet jednak proizvodu intenziteta obaju vektor i kosinusa ugla između njih.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cos \alpha$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



Ako su oba vektora jedinična ($a = 1, b = 1$): $\vec{a}_0 \cdot \vec{b}_0 = \cos \alpha$.

Skalarni proizvod dvaju jediničnih vektora jednak je kosinusu ugla između njih.

- za $|\vec{a}|=1$ $\vec{a}_0 \cdot \vec{b} = b \cdot \cos \alpha = b_a$ - projekcija vektora \vec{b} na smer vektora \vec{a}_0 ili

- za $|\vec{b}|=1$ $\vec{a} \cdot \vec{b}_0 = a \cdot \cos \alpha = a_b$ - projekcija vektora \vec{a} na smer vektora \vec{b}_0 .

$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b_a = a_b \cdot b$ - proizvod modula vektora \vec{a} i projekcije vektora \vec{b} na vektor \vec{a} ili
proizvod modula vektora \vec{b} i projekcije vektora \vec{a} na vektor \vec{b}

Npr. $\vec{a} \cdot \vec{a} = a \cdot a \cdot \cos 0 = a^2$.

▪ **Vektorski proizvod vektora**

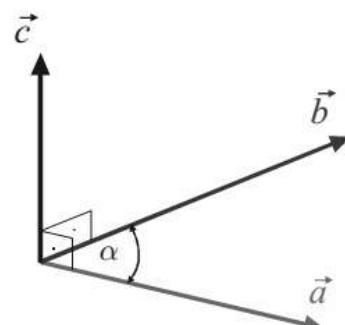
Vektorski proizvod dvaju vektora je vektor, koji je upravan na oba vektora koji čine proizvod, a po veličini je jednak proizvodu modula tih vektora i sinusa ugla između tih vektora:

$$- c = ab \cdot \sin \alpha$$

- pravac \vec{c} je upravan na \vec{a} i \vec{b}

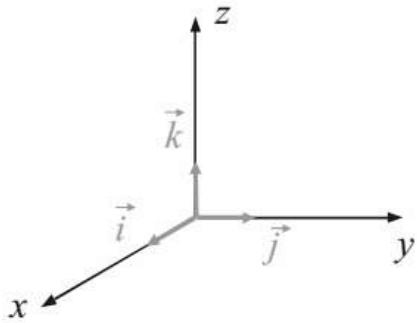
- smer vektora \vec{c} određuje se pravilom desne ruke

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$



▪ **Prikaz vektora komponentama**

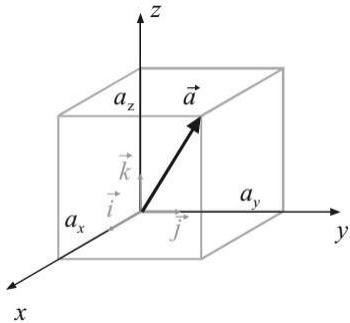
Predhodne definicije su pogodne za geometrijsku interpretaciju operacija s vektorima. Za potrebe analitičkog računanja s vektorima neophodno je uvesti koordinatni sistem i prikazati vektore komponentama.



Ortovi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ čine bazu vektorskog prostora.

Svaki se vektor u prostoru može prikazati linearnom kombinacijom baznih vektora:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$



Projekcije vektora \vec{a} na smerove optrova:

$$a_x = \vec{a} \cdot \vec{i} = a \cos(x, \vec{a})$$

$$a_y = \vec{a} \cdot \vec{j} = a \cos(y, \vec{a})$$

$$a_z = \vec{a} \cdot \vec{k} = a \cos(z, \vec{a})$$

▪ Analitički izrazi za operacije s vektorima

- množenje vektora skalarom

$$\vec{b} = \lambda \cdot \vec{a} = \begin{cases} b_x = \lambda a_x \\ b_y = \lambda a_y \\ b_z = \lambda a_z \end{cases}$$

- sabiranje vektora

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \begin{cases} c_x = a_x + b_x \\ c_y = a_y + b_y \\ c_z = a_z + b_z \end{cases}$$

- skalarni proizvod vektora:

$$\lambda = \vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \cdot (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k})$$

$$\lambda = \vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

- vektorski proizvod vektora

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k}$$