PRIMENE INTEGRALA

§ 1. Neki zadaci iz geometrije i statike

Površina ravne figure

2455. Izračunati površinu ograničenu linijama $y^2=2x+1$ i $x-y-1=0$.

2456. Izračunati površinu ograničenu parabolom $y=-x^2+4x-3$ i njenim tangentama u tačkama (0; 3) i (3; 0).

2457. Izračunati površinu ograničenu parabolom $y^2=2px$ i njenom normalom koja sa x-osom zaklapa ugao od 135°.

2458. Izračunati površinu ograničenu parabolama $y=x^2$ i $y=\sqrt{x}$.

2459. Izračunati površinu ograničenu parabolama $y^2+8x+16$ i $y^2-24x=48$.

2460. Izračunati povišinu ograničenu parabolama $y=x^2$ i $y=\frac{x^3}{3}$.

2461. Parabola $y=\frac{x^2}{2}$ deli krug $x^2+y^2=8$ na dva dela; naći površinu svakog od njih.

2462. Parabola $y^2=6x$ deli krug $x^2+y^2=16$ na dva dela; naći njihove površine.

2463. Iz kruga poluprečnika a isečena je elipsa čija je velika osa jednaka jednom od prečnika kruga, a manja osa je $2b$. Dokazati da je površina preostalog dela kruga jednaka površini elipse čije su poluose a i $a-b$.

2464. Naći površinu ograničenu lukom hiperbole i njenom tetivom koja prolazi kroz žižu i normalna je na realnu osu.

2465. Hiperbola $x^2-2y^2=\frac{a^2}{4}$ deli krug $x^2+y^2=a^2$ na tri dela; naći površinu svakog od njih.

2466. Hiperbola $\frac{x^2}{2}-y^2+1$ deli oblast ograničenu elipsom $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ na tri dela: izračunati njihove površine.

Dužina luka krive*).

2519. Izračunati dužinu luka lančanice $y=\frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)$ (od $x_1=0$ do $x_2=b$).

2520. Izračunati dužinu luka parabole $y^2=2px$ od temena do tačke $M(x,y)$. (Za nezavisno promenljivu uzeti y.)

2521. Naći dužinu luka krive $y=\ln x$ (od $x_1=\sqrt{3}$ do $x_2=\sqrt{8}$).

2522. Naći dužinu luka krive $y=\ln(1-x^2)$ $\left(\text{od } x_1=0 \text{ do } x_2=\frac{1}{2}\right)$.

2523. Naći dužinu luka krive $y=\ln\frac{e^x+1}{e^x-1}$ (od $x_1=a$ do $x_2=b$).

2524. Izračunati dužinu onog dela semikubne parabole $y^2=\frac{2}{3}(x-1)^3$, koji leži unutar parabole $y^2=\frac{x}{3}$.

2525. Izračunati dužinu onog dela semikubne parabole $5y^3=x^2$, koji leži unutar kruga $x^2+y^2=6$.

2526. Izračunati dužinu petlje krive $9ay^2=x(x-3a)^2$.

2527. Naći obim jednog od krivolinijskih trouglova koji obrazuju apscisna osa i krive $y=\ln\cos x$ i $y=\ln\sin x$.

2528. Naći dužinu luka krive $y=\frac{x^2}{4}-\frac{\ln x}{2}$, između njene najniže tačke i temena (teme je tačka na krivoj u kojoj krivina krive dostiže ekstremnu vrednost).

2529. Naći dužinu krive $y=\sqrt{x-x^2}+\arcsin\sqrt{x}$.

2530. Naći dužinu krive $(y-\arcsin x)^2=1-x^2$.

2531. Na cikloidi $x=a(t-\sin t)$, $y=a(1-\cos t)$ naći tačku koja deli dužinu prvog svoda cikloide u odnosu 1:3).

2532. Tačke $A(R, 0)$ i $B(0, R)$ leže na astroidi $x=R\cos^3 t$, $y=R\sin^3 t$; odrediti na njoj tačku M koja deli dužinu luka $\overset{\frown}{AB}$ u odnosu 1:3.

2533*. Naći dužinu luka krive

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}=1.$$

2534. Naći dužinu luka krive $x=a\cos^5 t$, $y=a\sin^5 t$.

2535. Naći dužinu luka traktrise $x=a\left(\cos t+\ln\operatorname{tg}\frac{t}{2}\right)$, $y=a\sin t$ od njene tačke $(0, a)$ do njene tačke (x, y).

2549. Za koje se vrednosti izložitelja k ($k \neq 0$) dužina luka krive $y = ax^k$ može izraziti pomoću elementarnih funkcija? (Pozvati se na Čebiševljevu teoremu o integrabilnosti (u konačnom vidu) diferencijalnog binoma).

2550. Naći dužinu krive zadate jednačinom $y = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{x} \sqrt{\cos x}\, dx$.

2551. Izračunati dužinu luka krive $x = \int_1^t \frac{\cos z}{z} dz$, $y = \int_1^t \frac{\sin z}{z} dz$. od koordinatnog početka do najbliže tačke u kojoj je tangenta krive paralelna ordinatnoj osi.

2552. Uveriti se da je dužina luka sinusoide $y = \sin x$ koji odgovara jednom njenom periodu, jednaka dužini elipse čije su poluose $\sqrt{2}$ i 1.

2553. Pokazati da je dužina luka „prikraćene" ili „izdužene" cikloide $x = mt - n \sin t$, $y = m - n \cos t$ (m i n su pozitivni brojevi) u intervalu od $t_1 = 0$ do $t_2 = 2\pi$, jednaka dužini elipse sa poluosama $a = m + n$ i $b = |m - n|$.

2554*. Dokazati da dužina elipse sa poluosama a i b zadovoljava nejednakosti $\pi(a+b) < L < \pi\sqrt{2}\cdot\sqrt{a^2+b^2}$ (zadatak Johana Bernulija).

Zapremina tela

2555. Izračunati zapreminu tela ograničenog površinom koja nastaje obrtanjem parabole $y^2 = 4x$ oko njene ose (obrtni paraboloid), i ravni normalnom na tu osu, postavljenom na odstojanju 1 od temena parabole.

2556. Elipsa čija je velika osa $2a$, a mala $2b$ obrće se: a) oko velike ose, b) oko male ose; naći zapremine dobijenih obrtnih elipsoida. Kao specijalan slučaj izvesti otuda obrazac za zapreminu lopte.

2557. Simetričan parabolični segment čija je osnovica a i visina h, obrće se oko osnovice; izračunati zapreminu tako nastalog obrtnog tela (Kavaljerijev „limun").

2558. Figura koju obrazuju hiperbola $x^2 - y^2 = a^2$ i prava $x = a + h$ ($h > 0$) obrće se oko apscisne ose; naći zapreminu obrtnog tela.

2559. Figura koju obrazuju kriva $y = xe^x$, prava $x = 1$ i x-osa obrće se oko x-ose; naći zapreminu tako nastalog obrtnog tela.

2560. Lančanica $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ se obrće oko apscisne ose i obrazuje površinu koja se naziva katenoid; naći zapreminu tela ograničenog katenoidom i dvema ravnima normalnim na apscisnu osu i udaljenim od koordinatnog početka za a i b jedinica.

2561. Figura koju obrazuju luci parabola $y = x^2$ i $y^2 = x$ obrće se oko apscisne ose; izračunati zapreminu tako nastalog obrtnog tela.

2562. Naći zapreminu tela koje nastaje obrtanjem petlje krive $(x-4)y^2 = x(x-3)$ oko apscisne ose.

2563. „Krivolinijski trapez“ sa osnovicom [0, 1], ograničen lukom krive $y=\arcsin x$, obrće se oko x-ose; naći zapreminu tako nastalog tela.

2564. Segment parabole $y=2x-x^2$, čija je osnovica [0, 2], obrće se oko ordinatne ose; izračunati zapreminu tako nastalog tela.

2565. Figura koju obrazuju luk krive $y=\sin x$ i odsečak $[0, \pi]$ apscisne ose, obrće se oko ordinatne ose; naći zapreminu tako nastalog tela.

2566. Naći zapreminu tela koje nastaje obrtanjem leminskate $(x^2+y^2)^2 = a^2(x^2-y^2)$ oko apscisne ose.

2567. Izračunati zapreminu tela koje nastaje obrtanjem krive:
1) $x^4+y^4=a^2x^2$; 2) $x^4+y^4=x^3$.

2568. Jedan svod cikloide $x=a(t-\sin t)$, $y=a(1-\cos t)$ obrće se oko svoje tetive; izračunati zapreminu tako nastalog tela.

2569. Svod cikloide (vidi prethodni zadatak) zajedno sa svojom tetivom obrće se oko svoje ose simetrije; naći zapreminu tako nastalog tela.

2570. Naći zapreminu tela koje nastaje obrtanjem astroide $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ oko svoje ose simetrije.

2571. Deo krive $x=\frac{c^2}{a}\cos^3 t$, $y=\frac{c^2}{b}\sin^3 t$ (evoluta elipse) koji leži u prvom kvadrantu, zajedno sa odgovarajućim odsečcima koordinatnih osa, obrće se oko apscisne ose; naći zapreminu tako nastalog tela.

2572. Izračunati zapreminu beskrajnog vretena koje nastaje obrtanjem krive $y=\frac{1}{1+x^2}$ oko svoje asimptote.

2573. Izračunati zapreminu tela koje nastaje obrtanjem krive $y^2=2exe^{-2x}$ oko svoje asimptote.

2574*. Figura koju obrazuju kriva $y=e^{-x^2}$ i njena asimptota obrće se jedanput oko apscisne, a drugi put oko ordinatne ose; izračunati zapremine tako dobijenih tela.

2575*. Izračunati zapreminu tela koje nastaje obrtanjem krive $y=x^2e^{-x^2}$ oko svoje asimptote.

2576. Figura koju obrazuju kriva $y=\frac{\sin x}{x}$ i njena asimptota obrće se oko apscisne ose; izračunati zapreminu tako nastalog tela.

2577*. Izračunati zapreminu tela koje nastaje obrtanjem cisoide $y^2=\frac{x^3}{2a-x}$ $(a>0)$ oko njene asimptote.

2578. Naći zapreminu tela koje nastaje obrtanjem traktrise $x=a\left(\cos t+\ln \operatorname{tg}\frac{t}{2}\right)$, $y=a\sin t$ oko njene asimptote.

2593. Dva kosa kružna cilindra imaju istu visinu H i zajedničku gornju osnovu poluprečnika R, a donje im se osnove dodiruju (sl. 48); naći zapreminu zajedničkog dela cilindra.

Površina obrtne površi

2594. Naći površinu površi koja nastaje kad se luk parabole $y^2 = 4ax$ od njenog temena do tačke sa apscisom $x = 3a$, obrće oko apscisne ose.

2595. Izračunati površinu površi koja nastaje obrtanjem parabole trećeg stepena $3y - x^3 = 0$ oko apscisne ose (od $x_1 = 0$ do $x_2 = a$).

2596. Izračunati površinu katenoida (uporedi i zadatak 2560) koji nastaje obrtanjem lančanice $y = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right)$ oko apscisne ose (od $x_1 = 0$ do $x_2 = a$).

2597. Obrtanjem elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ oko velike ose dobija se izduženi obrtni elipsoid, a obrtanjem oko male ose — spljošteni obrtni elipsoid.); naći površinu i jednog i drugog.

2598. Izračunati površinu tela koje nastaje obrtanjem jednog svoda krive $y = \sin x$ oko apscisne ose.

2599. Luk krive $y = \operatorname{tg} x$ od tačke $(0, 0)$ do tačke $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$ obrće se oko apscisne ose, izračunati površinu tako nastale površi.

2600. Naći površinu tela koje nastaje obrtanjem petlje krive $9ay^2 = x(3a - x)^2$ oko apscisne ose.

2601. Luk kruga $x^2 + y^2 = a^2$ koji leži u prvom kvadrantu, obrće se oko svoje tetive; izračunati površinu tako nastalog tela.

2602. Naći površinu površi koja nastaje obrtanjem oko x-ose luka krive

$$x = e^t \sin t, \quad y = e^t \cos t \qquad \text{od } t_1 = 0 \text{ do } t_2 = \frac{\pi}{2}$$

2603. Naći površinu tela koje nastaje obrtanjem astroide $x = a\cos^3 t$, $y = a\sin^3 t$ oko apscisne ose.

2604. Luk cikloide obrće se oko svoje ose simetrije; naći površinu tako nastale površi (vidi zad. 2568).

2605. Naći površinu tela koje nastaje obrtanjem kardioide $\rho = a(1 + \cos\varphi)$ oko polarne ose.

2606. Krug $\rho = 2r\sin\varphi$ obrće se oko polarne ose; naći površinu tako nastalog tela.

2607 Izračunati površinu tala koje nastaje obrtanjem lemniskate $\rho^2 = a^2\cos 2\varphi$ oko polarne ose.

REZULTATI

2455. $\frac{16}{3}$. **2456.** $\frac{9}{4}$. **2457.** $\frac{16}{3}p^2$. **2458.** $\frac{1}{3}$. **2459.** $\frac{32}{3}\sqrt{6}$.

2460. $2\frac{1}{4}$. **2461.** $2\pi+\frac{4}{3}$ i $6\pi-\frac{4}{3}$.

2462. $\frac{4}{3}(4\pi+\sqrt{3})$ i $\frac{4}{3}(8\pi-\sqrt{3})$.

2464. $\frac{b^2c}{a}-ab\ln\frac{c+b}{a}-b$ [$\varepsilon b-a\ln(\varepsilon+\sqrt{\varepsilon^2-1})$], gde je ε ekscentricitet.

2465. $a^2\left[\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{2}}{8}\ln(\sqrt{3}+\sqrt{2})\right]$; $a^2\left[\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{2}}{8}\ln(\sqrt{3}+\sqrt{2})\right]$

i $a^2\left[\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{2}}{4}\ln(\sqrt{3}+\sqrt{2})\right]$.

2466. $S_1=S_3=\pi-\frac{\sqrt{2}}{2}\ln 3-2\arcsin\sqrt{\frac{2}{3}}\approx 0{,}46$. $S_2=2(\pi-S_1)$,

2467. $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{3}$. **2468.** $\frac{1}{12}$. **2469.** $\frac{1}{12}$.

2470. $\left|\frac{m-n}{m+n}\right|$; $4\left|\frac{m-n}{m+n}\right|$, ako su brojevi m i n oba parni; $2\left|\frac{m-n}{m+n}\right|$, ako su m i n —oba neparni; $\left|\frac{m-n}{m+n}\right|$, ako je jedan od brojeva m i n paran a drugi neparan.

2471. a) $\frac{3}{14}$; b) $73\frac{1}{7}$. **2472.** 1. (oblast se sastoji iz dva dela čije su površine jednake među sobom. **2473.** $\frac{8}{15}$. **2474.** $\frac{3}{4}\pi$. **2475.** $\frac{4}{-}$.

2476. $\frac{\pi a^2}{8}$. 2477. $8\left(\sqrt{1+\frac{2}{3}\sqrt{3}}-\operatorname{arctg}\sqrt{1+\frac{2}{3}\sqrt{3}}\right)$.

2478. $e+\frac{1}{e}-2$. 2479. 4. 2480. $\frac{3}{e}(e^3-4)$. 2481. $\frac{18}{e^2}-2$.

2482. a) $b(\ln b-1)-a(\ln a-1)$; b) $b-a$. 2483. $3-e$.

2484. $\frac{3-2\ln 2-2\ln^2 2}{16}$. 2485. $2-\sqrt{2}$. 2486. $\frac{1}{3}+\ln\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2487. $\frac{5}{3}\sqrt{2}$. 2488. $(\sqrt{2}-1)$. 2489. $\frac{\pi}{4}$. 2490. $3\pi a^2$.

2491. $\frac{3}{8}\pi a^2$. 2492. $6\pi a^2$.

2493. 1) $\frac{\pi R^2}{n^2}(n+1)(n+2)$; 2) $\frac{\pi R^2}{n^2}(n-1)(n-2)$.

2494. 1) $\frac{72}{5}\sqrt{3}$; 2) $\frac{8}{15}$. 2495. 1) $\frac{4}{3}\pi^3 a^2$; 2) $\frac{76a^2\pi^3}{3}$.

2496. $\frac{\pi a^2}{2}$ (četvorolisna rozeta). 2497. $\frac{\pi a^2}{4}$. 2498. $18\pi a^2$.

2499. $\frac{a^2}{8}(4-\pi)$. 2500. $\frac{37\pi}{6}-5\sqrt{3}$. 2501. $\frac{51\sqrt{3}}{16}$. 2502. a^2.

2505*. $a^2\,\frac{5\pi+18\sqrt{3}}{32}$. Pri crtanju krive treba posmatrati menjanje promenljive φ od 0 do 3π. 2506. $\frac{\pi}{4}$. 2507. a^2. 2508. $a^2\left(1+\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2509. $\frac{\pi}{2}(a^2+b^2)$. 2510. a^2. 2511. $\pi\sqrt{2}$. 2512. π. 2513. 2.

2514. $3\pi a^2$. 2515. 4π. 2516*. 1) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$, 2) $\sqrt{\pi}$. Iskoristiti obrazac $\int_0^\infty e^{-x^2}dx=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ (Puasonov integral).

2517. $\frac{\pi a^2}{2}$. 2518. $2-\frac{\pi}{2}$ i $2+\frac{\pi}{2}$. 2519. $\frac{a}{2}\left(e^{\frac{b}{a}}-e^{-\frac{b}{a}}\right)$.

2520. $\frac{y}{2p}\sqrt{y^2+p^2}+\frac{p}{2}\ln\frac{y+\sqrt{y^2+p^2}}{p}$. 2521. $1+\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$.

2522. $\ln 3-\frac{1}{2}$. 2523. $\ln\frac{e^b-e^{-b}}{e^a-e^{-a}}$. 2524. $\frac{8}{9}\left(\frac{5}{2}\sqrt{\frac{5}{2}}-1\right)$.

2525. $2\frac{26}{27}$. 2526. $4a\sqrt{3}$. 2527. $\frac{\pi}{2}+2\ln\operatorname{tg}\frac{3\pi}{8}-\frac{\pi}{2}+2\ln(\sqrt{2}+1)$.

2528. $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\ln 3$. **2529.** 2. **2530.** 8.

2531. za $t=\frac{2\pi}{3}$; $\left[x=a\left(\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right),\quad y=\frac{3a}{2}\right]$.

2532. za $t=\frac{\pi}{6}$, $\left(x=\frac{3\sqrt{3}}{8}R,\ y=\frac{R}{8}\right)$.

2533*. $4\,\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$. Staviti $x=a\cos^3 t$, $y=b\sin^3 t$.

2534. $5a\left[1+\frac{1}{2\sqrt{3}}\ln(2+\sqrt{3})\right]$. **2535.** $a\ln\frac{a}{y}$. **2536.** $\frac{\pi^2}{2}R$.

2537. $\frac{\pi^3}{3}$. **2538.** $4\sqrt{3}$. **2541.** $2\,(e^t-1)$.

2543. $\pi a\sqrt{1+4\pi^2}+\frac{a}{2}\ln(2\pi+\sqrt{1+4\pi^2})$. **2545.** $\ln\frac{3}{2}+\frac{5}{12}$.

2546. $8a$. **2547.** $\frac{3}{2}\pi a$.

2549. k mora imati oblik $\frac{2N+1}{2N}$ ili $\frac{2N}{2N-1}$, pri čemu je N ceo broj.

2550. 4. **2551.** $\ln\frac{\pi}{2}$ **2554*.** Dokazati da se dužina elipse može predstaviti u obliku

$L=4\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\sqrt{a^2\cos^2 t+b^2\sin^2 t}+\sqrt{a^2\sin^2 t+b^2\cos^2 t})\,dt$, i primeniti teoremu o proceni integrala.

2555. 2π. **2556.** 1) $\frac{4}{3}\pi ab^2$; 2) $\frac{4}{3}\pi a^2 b$

2557. $\frac{8}{15}\pi h^2 a$ **2558.** $\frac{\pi h^2}{3}(3a+h)$. **2559.** $\frac{\pi}{4}e^2-1)$.

2560. $\frac{\pi}{4}\left[\frac{e^{2b}-e^{-2b}}{2}-\frac{e^{2a}-e^{-2a}}{2}+(b-a)\right]$. **2561.** $\frac{3\pi}{10}$.

2562. $\frac{\pi}{2}(15-16\ln 2)$. **2563.** $\pi\left(\frac{\pi^2}{4}-2\right)$. **2564.** $\frac{8\pi}{3}$. **2565.** $2\pi^2$.

2566. $\frac{\pi a^3}{4}\left[\sqrt{2}\ln(1+\sqrt{2})+\frac{2}{3}\right]$. **2567.** 1) $\frac{2}{3}\pi a^3$; 2) $\frac{\pi^2}{16}$. **2568.** $5\pi^2 a^3$.

2569. $\pi a^3\left(\frac{3\pi^2}{2}-\frac{8}{3}\right)$. **2570.** $\frac{32}{105}\pi a^3$. **2571.** $\frac{16\pi c^6}{105ab^2}$. **2572.** $\frac{\pi^2}{2}$.

2573. $\frac{\pi e}{2}$. **2574*.** 1) π; 2) $\pi\sqrt{\frac{\pi}{2}}$. Vidi uputstvo uz zadatak 2516.

2575*. $\frac{3\pi\sqrt{2\pi}}{32}$. Vidi uputstvo uz zadatak 2516.

2576*. π^2. Iskoristiti obrazac $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2}$. (Dirihle-ov integral).

2577*. $2\pi^2 a^3$. Preporučljivo je preći na parametarske jednačine: $x = 2a\sin^2 t$, $y = \frac{2a\sin^3 t}{\cos t}$.

2578. $\frac{2}{3}\pi a^3$. **2579*.** $\frac{4}{3}\pi abc$. Primeniti obrazac $v = \int_{x_1}^{x_2} S(x)\,dx$, gde je $S(x)$ površina poprečnog preseka.

2580. 1) $\pi\sqrt{2}$; 2) 36π.

2581. $v_1 = \pi\sqrt{2}\left(2\sqrt{6} - \frac{11}{3}\right)$, $v_2 = \pi\sqrt{2}\left(2\sqrt{6} + \frac{11}{3}\right)$.

2582. $v_1 = v_3 = 4\pi(\sqrt{6} + \sqrt{3} - 4)$, $v_2 = 8\pi(4 - \sqrt{3})$.

2583. $\frac{8\pi\sqrt{6}}{3}$. **2584.** 8π.

2585*. $\frac{2}{3}R^2H = 400\,cm^3$. Za apscisnu osu uzeti osu simetrije osnove.

2586. $\frac{4}{15}ahH = 128\,cm^3$. **2587.** $\frac{2}{3}abH = 133\frac{1}{3}\,cm^3$.

2588*. $\frac{2}{3}\pi R^2 H$. Površina simetričnog paraboličnog segmenta je $\frac{2}{3}ah$, pri čemu je a — osnovica, a h — „visina" segmenta.

2589*. $\frac{R^2H}{6}\left(\pi + \frac{4}{3}\right)$ i $\frac{R^2H}{6}\left(\pi - \frac{4}{3}\right)$.

2590. $\frac{8}{3}a^3$. **2591.** $\frac{8}{3}\pi r^3$. **2592.** $\frac{16}{3}R^3$. **2593.** $\frac{4}{3}R^2H$.

2594. $\frac{56}{3}\pi a^2$. **2595.** $\frac{\pi}{9}(\sqrt{(1+a^4)^3} - 1)$. **2596.** $\frac{\pi a^2}{4}(e^2 - e^{-2} + 4)$. (Vidi uputstvo uz zadatak 2588.)

2597. $2\pi b^2 + \frac{2\pi ab}{\varepsilon}\arcsin\varepsilon$ i $2\pi a^2 + \frac{\pi b^2}{\varepsilon}\ln\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}$, gde je ε — ekscentricitet elipse.

2598. $\pi[\sqrt{2} + \ln(1+\sqrt{2})]$.

2599. $\pi\left[\sqrt{5} - \sqrt{2} + \ln\frac{2\sqrt{2}+2}{\sqrt{5}+1}\right]$. **2600.** $3\pi a^2$.

2601. $\pi a^2\sqrt{2}\left(2 - \frac{\pi}{2}\right)$. **2602.** $\frac{2\pi\sqrt{2}}{5}(e^\pi - 2)$. **2603.** $\frac{12}{5}\pi a^2$.

2604. $8\pi a^2\left(\pi - \frac{4}{3}\right)$. **2605.** $\frac{32}{5}\pi a^2$. **2606.** $4\pi^2 r^2$.

2607. $2\pi a^2(2 - \sqrt{2})$. **2608.** $\pi[\sqrt{2} + \ln(1+\sqrt{2})]$. **2609.** $4\pi a^2$.

2610. $\frac{ah^2}{2}$. **2611.** $\frac{a^3}{6}$, $\frac{a^3}{6}$, $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.