3° periodičnost;
4° nule (i presek sa osom Oy);
5° znak funkcije;
6° prvi i drugi izvod;
7° intervale rašćenja i opadanja;
8° ekstremne vrednosti;
9° konkavnost i konveksnost;
10° prevojne tačke;
11° asimptote kose vertikalne, horizontalne;
12° ponašanje funkcije u okolini kritičnih tačaka (tačke u kojima nije definisana i tačke $x \to \pm\infty$).

Ispitati promene i skicirati grafik funkcija definisanih formulama (367–429):

367. a) $y=x^3-6x^2+9x-4$; b) $y=x^2(3-x)$.

368. a) $y=x^3-3x$; b) $y=x^3-6x^2+9x-2$.

369. a) $y=x^3-4x^2+4x$; b) $y=x^3-3x+2$.

370. $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

371. $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x$.

372. a) $y=-4x^3+3x-1$; b) $y=(x+1)(x-1)^2$.

373. a) $y=x^4-2x^2$; b) $y=-x^4+2x^2+3$.

374. a) $y=\frac{1}{4}x^4+x^3$; b) $y=x^4-4x^2+3$.

375. a) $y=6x^4-x^5-9x^3$; b) $y=x^5-4x^4+4x^3$.

376. $y=x(x-1)(x+1)^3$.

377. $y=-x^6+6x^5-12x^4+8x^3$.

378. a) $y=\frac{x-2}{x+2}$; b) $y=\frac{2x}{1+x^2}$.

379. a) $y=\frac{4x}{4-x^2}$; b) $y=\frac{x^2-2x+1}{x^2+1}$.

380. a) $y=\frac{x}{x^2-1}$; b) $y=\frac{x^2-4}{1-x^2}$.

381. a) $y=\frac{(x-2)(x+2)}{(3-x)(3+x)}$; b) $y=\frac{x^2-2x-3}{2x-x^2}$.

382. a) $y=\frac{x^2-4x}{(x-1)(x-3)}$; b) $y=\frac{x^2-5x+7}{x-2}$.

383. a) $y=\frac{3x-x^2}{x-4}$; b) $y=\frac{4x-x^2-4}{x-1}$.

384. a) $y=\frac{x^3}{3-x^2}$; b) $y=\frac{x^2+3x}{x+4}$.

385. a) $y=\frac{x^2}{x-2}$; b) $y=\frac{x^2+3x-3}{x-1}$.

386. a) $y=\frac{x^2-4x+4}{x-1}$; b) $y=\frac{x^2-3x}{x-4}$.

387. a) $y=x-2-\frac{6}{x-1}$; b) $y=\frac{10}{4x^3-9x^2+6x}$.

388. a) $y=\frac{x-1}{x^2(x-2)}$; b) $y=x^2+\frac{1}{x^2}$.

389. a) $y=\frac{x^2+x}{x-1}$; b) $y=\frac{6x-x^2-9}{x-2}$.

390. a) $y=\frac{x^3}{x^2-1}$; b) $y=\frac{6-x^3}{x^2}$.

391. a) $y^2=x(1-x)^2$; b) $y^2=x^2(8-x^2)$.

392. a) $y^2=2x-3\sqrt[3]{x^2}$; b) $(y-x)^2=x^3$.

393. a) $y=x^2\,e^{-x}$; b) $y=x\,e^{-x^2}$.

394. a) $y=e^{\frac{1}{x}}$; b) $y=xe^{x}$; c) $xy=e^{x}$.

395. a) $y=x^2\,e^{-x^2}$; b) $y=(3-x^2)\,e^{x}$.

396.* a) $y=x\,e^{\frac{1}{x}}$; b) $y=x\,e^{\frac{1}{x-2}}$.

397. a) $y=x\ln x$; b) $y=x\ln^2 x$.

398. a) $y=\ln(x^2-1)$; b) $y=\ln\dfrac{x-2}{x+1}$.

399. a) $y=\dfrac{\ln x}{x^2}$; b) $y=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$.

400. a) $y=\cos^2 x-\cos x$; b) $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$.

401. a) $y=\sin x\sin(x+\dfrac{\pi}{3})$; b) $y=-4\cos x\cos(x-\dfrac{\pi}{3})$.

402. a) $y=\sin^2 x-\sin x$; b) $y=\sin^3 x+\cos^3 x$.

403.* a) $y=2\cos^2 x+6\cos x$; b) $y=2\cos^2 x+\sqrt{3}\sin 2x$.

404.* a) $y=\dfrac{1-\sin x}{1+\sin x}$; b) $y=\dfrac{\sin x}{1-\cos x}$.

405.* a) $|y|=2\sin(x+|x|)$; b) $y=\sin\left(x-\sqrt{x^2}\right)$.

406.* $y=\sin x\,|\cos x|+\cos x\,|\sin x|$.

407.* a) $y=|x^2-|x|-2|$; b) $y=\dfrac{(x-1)^3}{x-1}+\dfrac{|x^3|}{x}$.

408. $y=x^2+\dfrac{|x|^2}{x}+\dfrac{(x+1)^2}{|x+1|}$.

409. $y=\dfrac{x^2-x}{|x|}+\dfrac{x^2+x}{|x+1|}+\dfrac{x^2-1}{|x-1|}$.

410.* a) $y=x^3-ax^2+ax$; b) $y=ax^3-3x^2$ (a realan broj).

411.* a) $y=x+\dfrac{a}{x}$; b) $y=\dfrac{x^2+a}{x-a}$ (a realan broj).

412. a) $f(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+4}}$; b) $y=\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{1-x}$.

413. a) $f(x)=\dfrac{x-3}{\sqrt{1+x^2}}$; b) $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{1+x}$.

414. a) $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$; b) $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2}}$.

415.* a) $f(x)=\sqrt[3]{x^2-x^3}$; b) $f(x)=\sqrt[3]{4x^2+x^3}$.

416. a) $f(x)=\dfrac{x^3+x}{1-x^2}$; b) $f(x)=\dfrac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$.

417. a) $f(x)=\dfrac{(x-3)^2}{x-1}$; b) $f(x)=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$.

418.* a) $f(x)=xe^{\frac{1}{x-1}}$; b) $f(x)=(x+2)\,e^{\frac{1}{x}}$.

419.* a) $f(x)=(5x-1)\,e^{\frac{1}{x}}$; b) $f(x)=xe^{\frac{2}{x}}$.

420.* a) $f(x)=(x^2-2)\,e^{2x}$; b) $f(x)=\dfrac{1}{16}(16x-3)\,e^{\frac{1}{x}}$.

421.* a) $f(x)=(4x^2+3)\,e^{-x}$; b) $f(x)=\dfrac{1}{3}xe^{\frac{5x-2}{x^2}}$.

422.* a) $y=\dfrac{x^2}{\ln^2 x-2}$; b) $y=\dfrac{5+\ln x^2}{\sqrt[3]{x}}$.

423.* a) $f(x)=\sqrt{x}\ln^2 x$; b) $f(x)=xe^{\frac{1}{\ln x}}$.

a minimalna $m=\left(\sqrt{-\frac{p}{3}}\right)^3+p\sqrt{-\frac{p}{3}}+q=q+\frac{2p}{3}\sqrt{-\frac{p}{3}}$.

Proizvod $Mm=q^2+\frac{4}{27}p^3$.

b) $p=-3$, $q=2$, $x\to y=x^3-3x+2$.

365. a) $M(2, 4)$, $P(0, 2)$, $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+2$;

b) $\alpha=45^\circ$

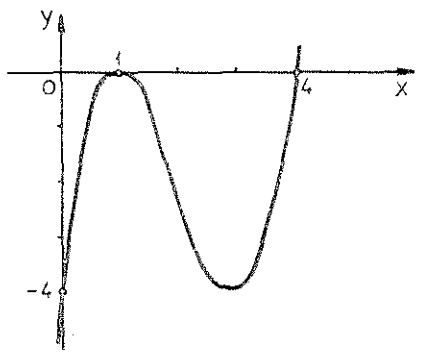
366. Izvodna jednačina $y'=0\Leftrightarrow(-3m+2)x^2+2x-m=0$ nema realnih rešenja ako je njena diskriminanta $1+m(-3m+2)<0\Leftrightarrow$

$m\in\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right)\cup(1, +\infty)$.

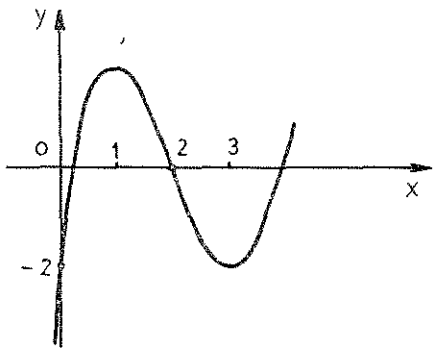
2.7. Ispitivanje funkcije (uz primenu izvoda). Grafik funkcije

367. a) Data funkcija se može transformisati u proizvod $y=(x-1)^2(x-4)$. Definisana je za $x(-\infty, +\infty)$; ima dvostruku nulu $x=1$ i nulu $x=4$. Pozitivna je za $x>4$, negativna za $x<4$ i $x\neq 1$; $y_{max}=0$ za $x=1$, $y_{min}=-4$ za $x=3$; prevojna tačka je $P(2, -2)$, konkavna za $x<2$, konveksna za $x>2$ (grafik na sl. 13):

$y=x^3-6x^2+9x-4$ $\qquad$ $y=x^3-6x^2+9x-2$.



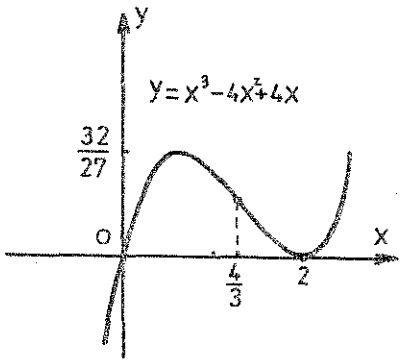
Sl. 13



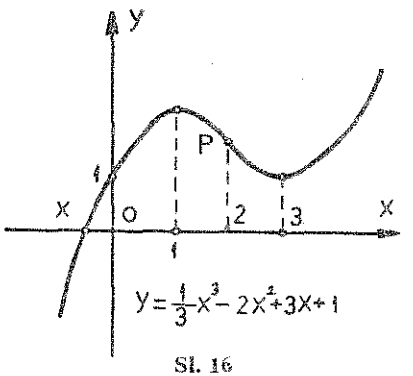
Sl. 14

368. b) Polinom u funkciji treba rastaviti na činioce $y=(x-2)(x^2-4x+1)$. Definisano je u skupu $D=\{x|x\in(-\infty, +\infty)\}$. Nule su $x_1=2$, $x_{2,3}=2\pm\sqrt{3}$; $y<0$ za $x\in(-\infty, 2-\sqrt{3})(2, 2+\sqrt{3})$; $y>0$ za $x\in(2-\sqrt{3}, 2)\cup(2+\sqrt{3},)$; $y=2$ za $x=1$ i $y_{min}=-2$ za $x=3$. Prevojna tačka je $P(2, 0)$, konkavna za $x<2$, konveksna za $x>2$ (grafik na sl. 14).

369. a) Data funkcija se može napisati u obliku $y=x(x-2)^2$. Definisana je u skupu $D=\{x|x\in R\}$, ima nulu drugog reda $x_1=x_2=2$ i nulu $x_3=0$, za $x=\frac{2}{3}$ $y_{max}=\frac{32}{27}$, $y_{min}=0$ za $x=2$, prevojnu tačku za $x=\frac{4}{3}$, konkavna je za $x<\frac{4}{3}$, konveksna za $x>\frac{4}{3}$ (grafik na sl. 15).



Sl. 15

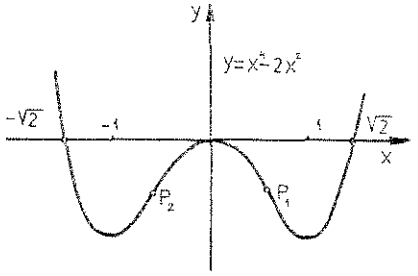


Sl. 16

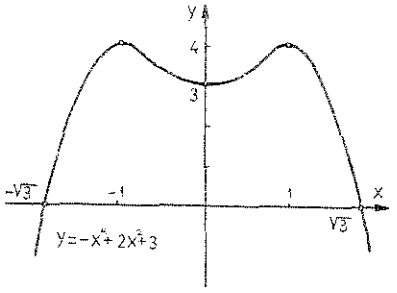
370. Definisana je u skupu $D=\{x|x\in R\}$. Ima jednu realnu nulu $x_0\in(-1, 0)$, $y_{max}=\frac{7}{3}$ za $x=1$, $y_{min}=+1$ za $x=3$, prevojna tačka je $P\left(2, \frac{5}{3}\right)$, $y<0$ za $x<x_0$, $y>0$ za $x>x_0$, funkcija je konkavna za $x<2$, konveksna za $x>2$ (sl. 16).

373. a) Definisana je za svako $x\in R$, ima nulu drugog reda $x_1=x_2=0$, i $x_{3,4}=\pm\sqrt{2}$, za $x=0$ $y_{max}=0$ i za $x=\pm 1$ $y_{min}=-1$; ima dve prevojne tačke $P_1\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{5}{9}\right)$ i $P_2\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{5}{9}\right)$ (sl. 17).

b) Definisana je za svako x, kriva seče koordinatne ose y u tačkama $(\sqrt{3}, 0)$, $(-\sqrt{3}, 0)$ i $(0, 3)$, za $x=0$ $y_{\min}=3$, za $x=\pm 1$ $y_{\max}=4$, prevojne tačke za $x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ (sl. 18).



Sl. 17



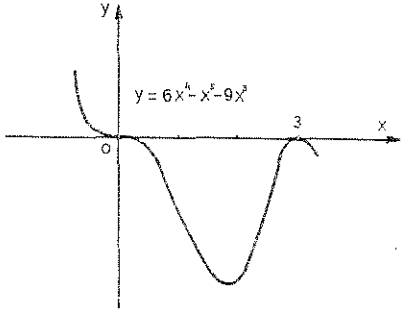
Sl. 18

375. a) Definisana je za svako x; za $x_1=x_2=x_3=0$ ima nulu trećeg reda i $x_4=5=3$ dvostruku nulu;

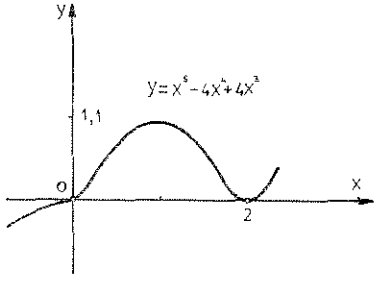
$y_{\min}\approx -8{,}2$ za $x=\frac{9}{5}$, $y_{\max}=0$ za $x=3$; prevojne tačke za

$x=0$ i $x=\frac{18\pm 3\sqrt{6}}{10}$ (sl. 19).

b) Funkcija je definisana za svako x; ima nulu trećeg reda $x=0$ i dvostruku nulu $x=2$; $y_{\max}=1{,}1$ za $x=\frac{6}{5}$, $y_{\min}=0$ za $x=2$; prevojne tačke $x=\frac{6\pm\sqrt{6}}{5}$ i $x=0$ (sl. 20).



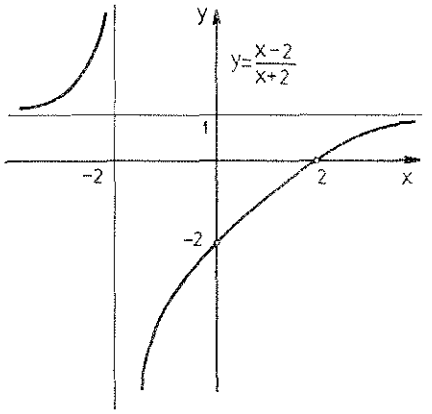
Sl. 19



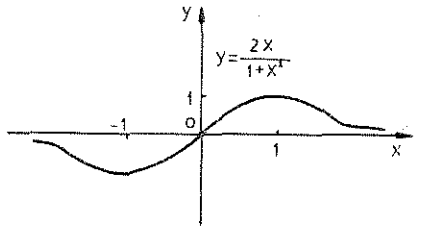
Sl. 20

378. a) Definisana je u skupu $D=\{x|x\in R\setminus\{-2\}\}$, $x=2$ nule funkcije, nema ekstremne vrednosti, $x=-2$ vertikalna asimptota i $y=1$ horizontalna asimptota, $y'=\frac{4}{(x+2)^2}$, $y''=-\frac{8}{(x+2)^3}$. $y'>0$, raste za $\forall x\in D$ (sl. 21).

b) Definisana je za svako x, nula funkcije je $x=0$. $y>0$ za $x>0$, $y<0$ za $x<0$. $y=\frac{2(1-x^2)}{(1+x^2)}$, $y=\frac{-8x}{(1+x^2)}4$. $y_{\max}=1$ za $x=1$, $y_{\min}=-1$ za $x=-1$, prevojna tačka za $x=0$, konkavna za $x>0$, konveksna za $x<0$ (sl. 22).



Sl. 21



Sl. 22

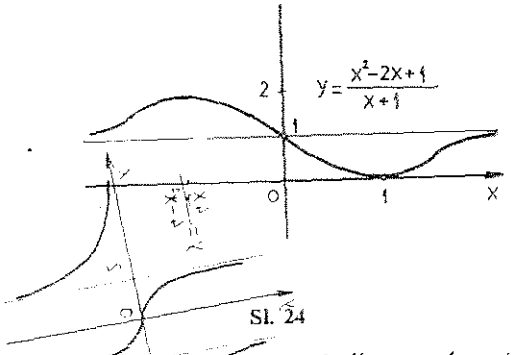
379. a) Definisana je za $x\neq\pm 2$; za $x=0$ ima nulu, $x=\pm 2$ vertikalne asimptote, $y=0$ je horizontalna asimptota,

$y'=\frac{16+4x^2}{(4-x^2)^2}$, $y''=\frac{8x(x^2+12)}{(4-x^2)^3}$ (sl. 23).

b) Definisana je za svako x; $x=1$ je nula drugog reda, $y>0$ za svako x, $y=1$ horizontalna asimptota,

$y'=\frac{2x^2-2}{(1+x^2)^2}$, $y''=\frac{4x(3-x^2)}{(1+x^2)^3}$, $y_{\max}=2$ za $x=-1$, $y_{\min}=0$ za $x=1$,;

prevojne tačke za $x=0$ i $x=\pm\sqrt{3}$ (sl. 24).



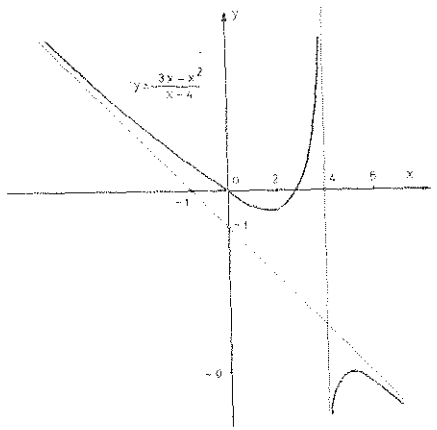
Sl. 23

Sl. 24

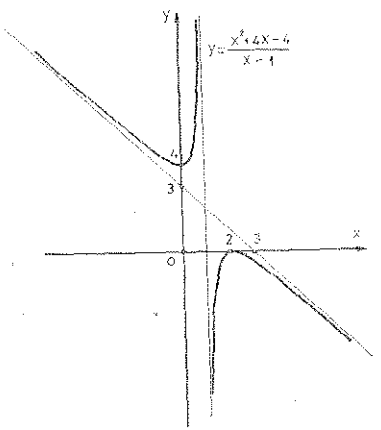
383. a) Definisana je za $x \neq 4$; $x=0$ i $x=3$ nule funkcije; $x=4$ vertikalna asimptota, a $y=-x-1$ kosa asimptota;

$y'=\dfrac{-x^2+8x-12}{(x-4)^2}$, $y''=\dfrac{-2}{(x-1)^3}$, $y_{max}=-9$ za $x=6$ i $y_{min}=-1$ za $x=2$ (sl. 25).

b) Definisana je za $x \neq 1$; $x=2$ nula drugog reda; $x=1$ vertikalna asimptota a kosa $y=-x+3$; $y'=\dfrac{-x^2+2x}{(x-1)^2}$, $y=\dfrac{-2}{(x-1)^3}$, $y_{max}=0$ za $x=2$, $y_{min}=4$ za $x=0$ (sl. 26).



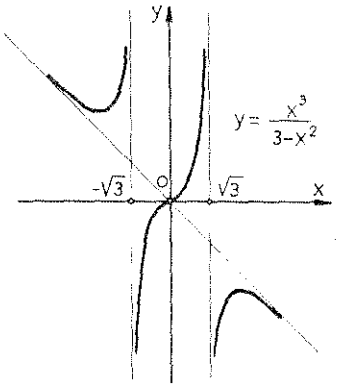
Sl. 25



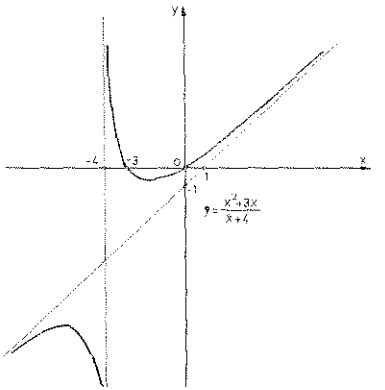
Sl. 26

384. a) Definisana je u skupu $D=\{x|x\in(-\infty,-\sqrt{3})\cup(-\sqrt{3},\sqrt{3})(\sqrt{3},+\infty)\}$, funkcija je neparna; $x=0$ je nula trećeg reda. Za $x=3$ $y_{max}=-4{,}5$, za $x=-3$ $y_{min}=4{,}5$; prevojna tačka (0, 0). Vertikalne asimptote su $x=\pm\sqrt{3}$ i kosa $y=-x$ (sl. 27).

b) Definisana je u skupu $D=\{x|x\in(-\infty,-4)\cup(4,+\infty)$; $x=0$ i $x=3$ su nule funkcije, $x=-4$ vertikalna asimptota $y=x-1$ kosa asimptota, $y_{max}=-9$ za $x=-6$, $y_{min}=-1$ za $x=2$ (sl. 28).



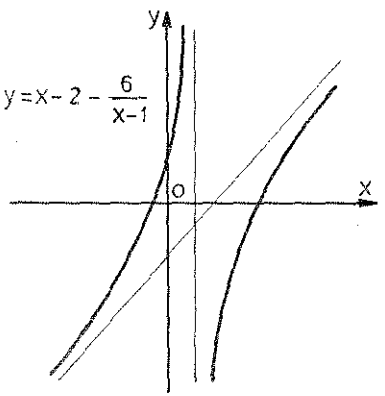
Sl. 27



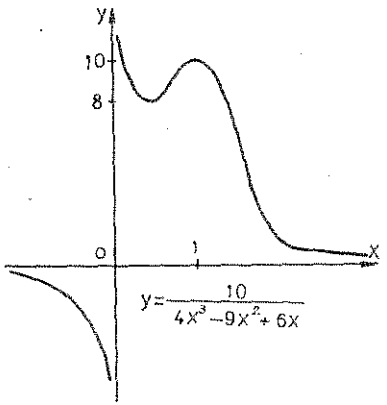
Sl. 28

387. a) Definisana je za $x \neq 1$; $x=-1$ i $x=4$ su nule funkcije, nema ekstremnih vrednosti. Funkcija je monotona rastući za sve vrednosti $x \neq 1$. Ima vertikalnu asimptotu $x=1$ i kosu $y=x-2$ (sl. 29).

b) Definisana je za $x \neq 0$, nema nula, vertikalna asimptota je $x=0$, horizontalna $y=0$, $y_{max}=10$ za $x=1$, $y_{min}=8$ za $x=\dfrac{1}{2}$ (sl. 30).



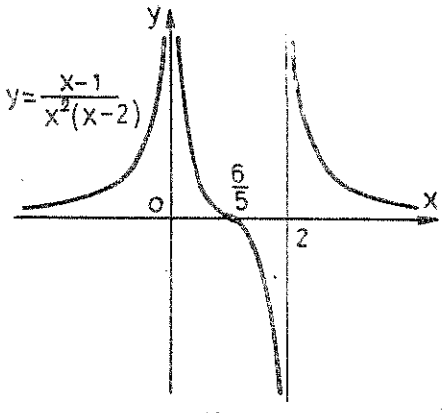
Sl. 29



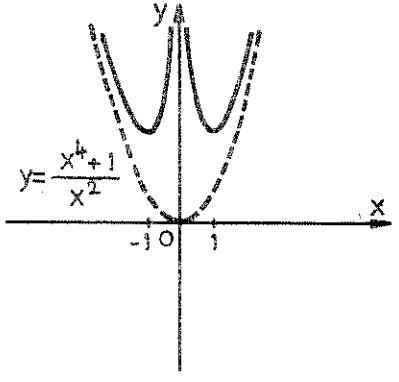
Sl. 30.

388. a) Definisana je u skupu $D=\{x|x\in(-\infty, 0)\cup(0, 2)\cup(2, +\infty)\}$, $x=1$ je nula, nema ekstremnih vrednosti. Ima prevojnu tačku za $x=\frac{6}{5}$. Vertikalne asimptote su $x=0$ i $x=2$, horizontalna $y=0$ (sl. 31).

b) Definisana je u skupu $D=\{x|x\in(-\infty, 0)\cup(0,+\infty)\}$, parna je, za $x=\pm 1$ $y_{\min}=2$, vertikalna asimptota $x=0$. Krivolinijska asimptota $y=x^2$, $x\to\pm\infty$, $y\to x^2$ (sl. 32).



Sl. 31



Sl. 32

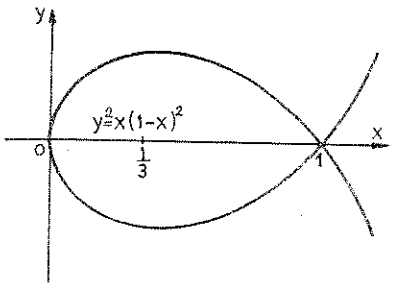
391. Za $y>0$ dobija se $y=\sqrt{x(1-x)^2}$, a za $y<0$ $y=-\sqrt{x(1-x)^2}$, tj. data funkcija ima dve grane.

Definisana je za $x>0$; $x=0$ i $x=1$ su nule funkcije, za

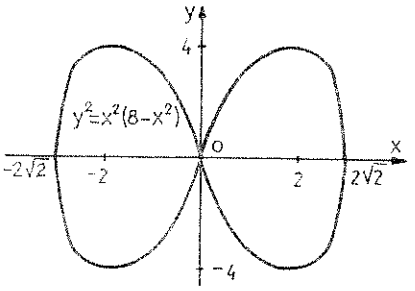
$x=\frac{1}{3}$ $|y|=\frac{2\sqrt{3}}{9}$, što znači da $y>0$ $y_{\max}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$ a za $y<0$

$y_{\min}=-\frac{2\sqrt{3}}{9}$ (sl. 33).

b) Definisana u intervalu $-2\sqrt{2}\leqslant x\leqslant 2\sqrt{2}$. Grafik seče koordinatne ose u tačkama: $(-2\sqrt{2}, 0)$, $(0, 0)$ i $(2\sqrt{2}, 0)$. Ova funkcija je dvoznačna: Za $y>0$ $y=\sqrt{x^2(8-x^2)}$ za $y<0$ $y=-\sqrt{x^2(8-x^2)}$. Ekstremne vrednosti u tačkama $(-2, \pm 4)$ i $(2, \pm 4)$, jer je dvoznačna. Prevojna tačka $(0, 0)$ (sl. 34).

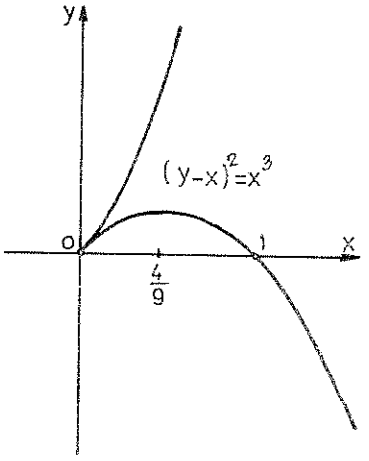


Sl. 33

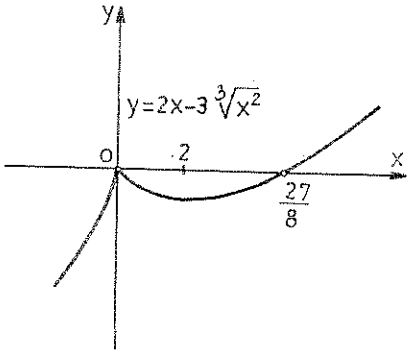


Sl. 34

392. Grafici datih funkcija prikazani su na slici 35 i 36.



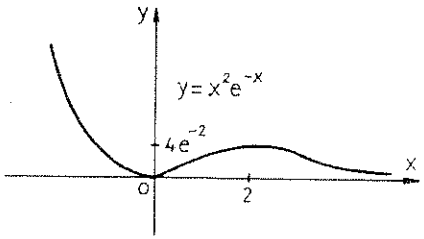
Sl. 35



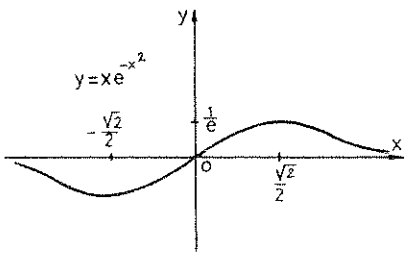
Sl. 36

393. a) Definisana je u skupu $D=\{x|x\in(-\infty, +\infty)\}$, $x=0$ je nula drugog reda, $y_{\min}=0$ za $x=0$, $y_{\max}=4e^{-2}$ za $x=2$. Horizontalna asimptota $y=0$ (sl. 37).

b) Definisana je u skupu $D=\{x|x\in R\}$, $x=0$ je nula funkcije $y_{\max}=e^{-1}$ za $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $y_{\min}=-e^{-1}$ za $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. Apscise prevojnih tačaka su $x=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$ (sl. 38).

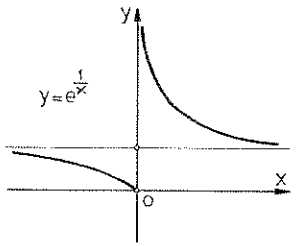


Sl. 37

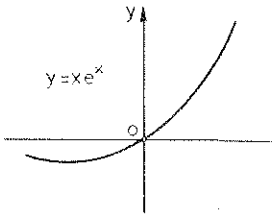


Sl. 38

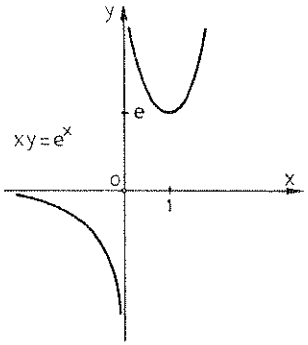
394. Grafici datih funkcija su prikazani na sl. 39, 40 i 41.



Sl. 39

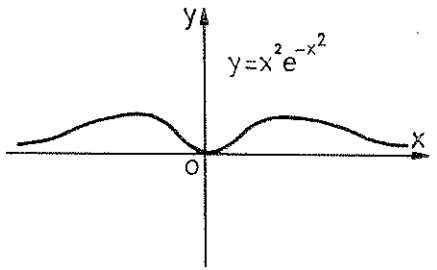


Sl. 40

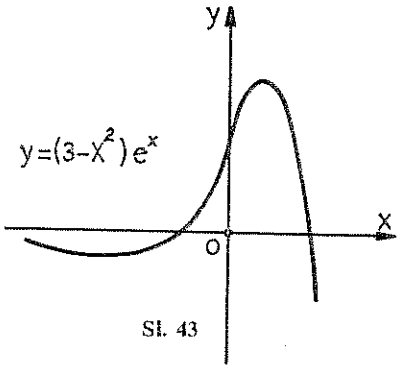


Sl. 41

395. Grafici datih funkcija prikazani su na sl. 42 i 43.



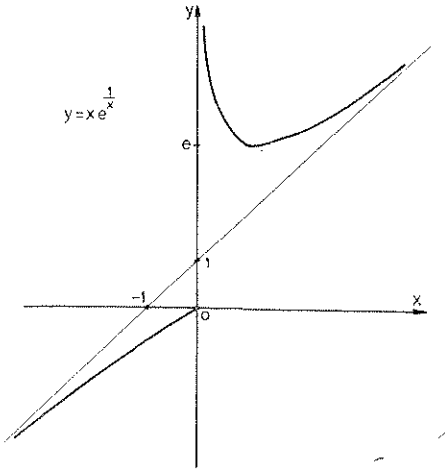
Sl. 42



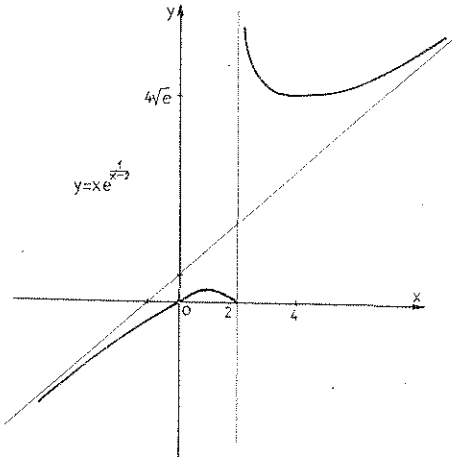
Sl. 43

396. a) Definisana je za $x\neq 0$; nema nule, $y>0$ za $x>0$, $y<0$ za $x<0$, $y_{\min}=e$ za $x=1$. Vertikalna asimptota $y=0$, kosa $y=x+1$ (sl. 44).

b) Definisana je za $x\neq 2$, $x=0$ nula funkcije, $y<0$ za $x<0$, $y>0$ za $x>0$. $y_{\max}=\frac{1}{e}$ za $x=1$, $y_{\min}=4$ za $x=4$. Vertikalna asimptota $x=2$, kosa $y=x+1$ (sl. 45).



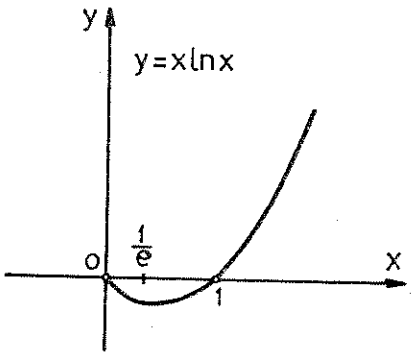
Sl. 44



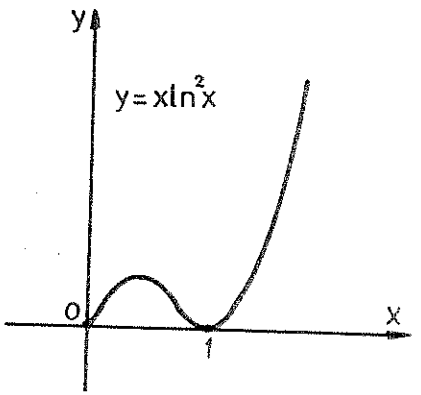
Sl. 45

397. a) Definisana je za $x>0$, $x=1$ nula funkcije, $y_{\min}=-e^{-1}$ za $x=e^{-1}$, $y<0$ za $0<x<1$, $y>0$ za $x>1$ (sl. 46).

b) Definisana je za svako $x>0$, $x=1$ je nula drugog reda, $y=4e^{-2}$, $y_{\min}=0$, za $x=1$. Prevojna tačka je $P(e^{-1}, e^{-1})$ (sl. 47).



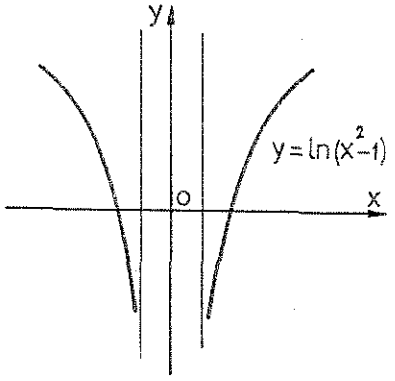
Sl. 46



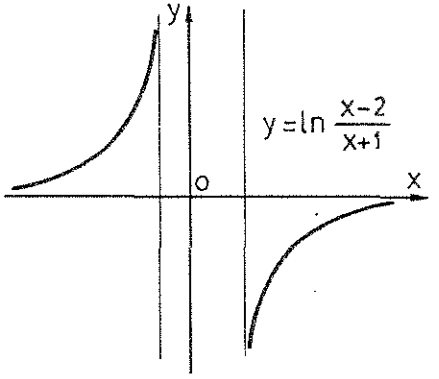
Sl. 47

398. a) Definisana je u skupu $D=\{x \mid x\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)\}$; $x=\pm\sqrt{2}$ su nule funkcije. Nema ekstremnih vrednosti ni prevojnih tačaka. Vertikalne asimptote su $x=\pm 1$ (sl. 48).

b) Grafik je prikazan na sl. 49.

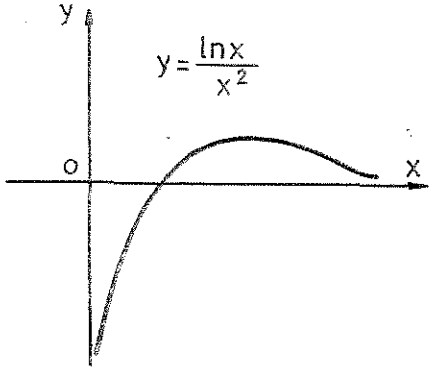


Sl. 48

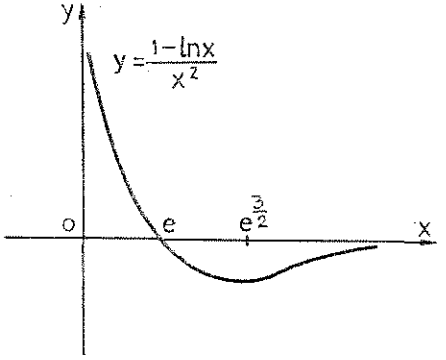


Sl. 49

399. Grafici su prikazani na sl. 50 i 51.



Sl. 50

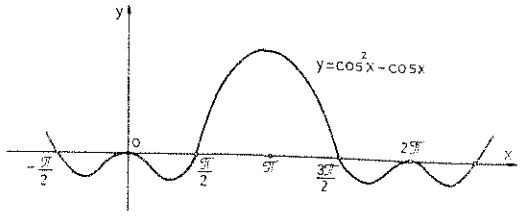


Sl. 51

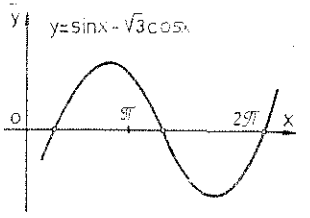
400. a) Definisana je za svako x, $y=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi \vee x=2k\pi$

$y'=0\Leftrightarrow x=k\pi \vee x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$, $k\in Z$ (sl. 52).

b) Definisana je za svako x, nule su $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$, $y_{max}=2$ za svako $x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$, $y_{min}=-2$ za $x=\frac{11\pi}{6}+2k\pi$, $k\in Z$ (sl. 53).

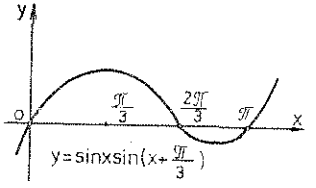


Sl. 52

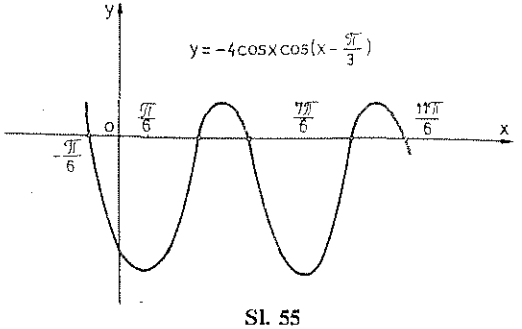


Sl. 53

401. Grafici su prikazani na sl. 54 i 55.

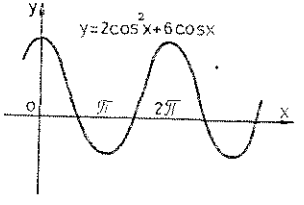


Sl. 54

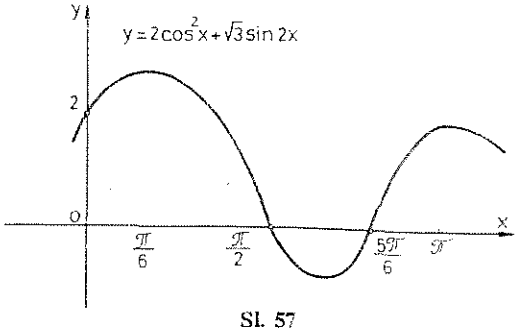


Sl. 55

403. Grafici su prikazani na sl. 56 i 57.



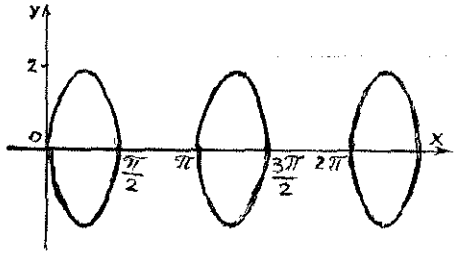
Sl. 56



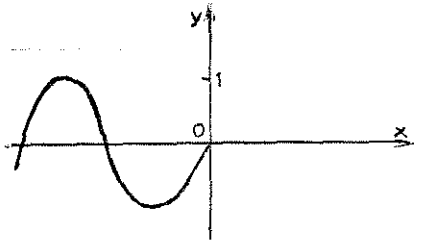
Sl. 57

405. Grafik a) na sl. 58, pod b) sl. 59.

$y=2\sin(x+|x|)$ $\qquad$ $y=\sin^2(x-\sqrt{x^2})$



Sl. 58



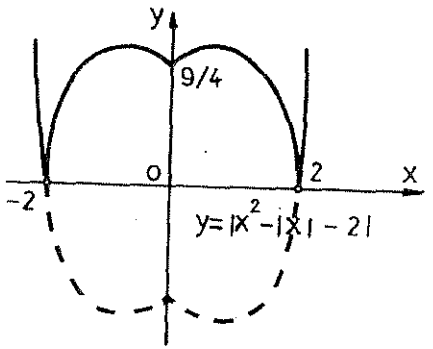
Sl. 59

407. a) Prvo posmatrajmo funkciju $y=x^2-|x|-2$.

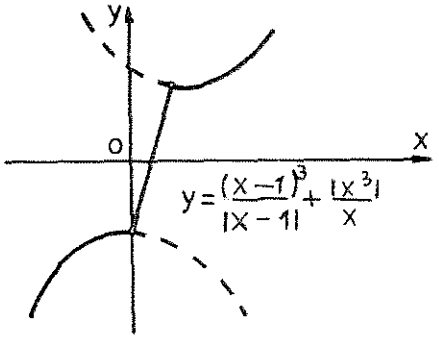
Za $x\geqslant 0$ $\quad y=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$, a za $x<0$ $\quad y=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$. Grafik date funkcije je apsolutna vrednost svih ordinata grafika funkcije $y=x^2-|x|-2$ (sl. 60).

b) Funkcija je definisana za $x\neq 0$ i $x\neq 1$. Za $x<0$ data funkcija ima oblik $y=-2x^2+2x-1$. Za $0<x<1$ funkcija se svodi na oblik $y=+2x-1$.

Na kraju, ako je $x>1$, data funkcija postaje $y=2x^2-2x+1$ (grafik je prikazan na sl. 61).



Sl. 60



Sl. 61

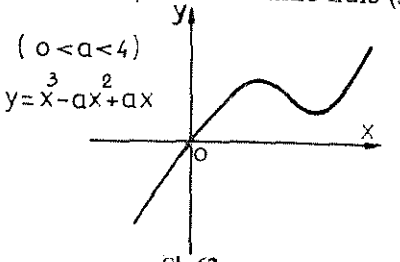
410. a) Definisana je za svako x. U zavisnosti od parametra a treba razlikovati sledeće slučajeve:

1° $0<a<4$, ima jednu realnu nulu i dve ekstremne vrednosti (sl. 62);

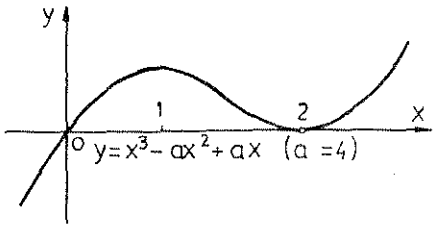
2° $a=4$, ima tri realne nule, $x=0$ i $x=2$ dvostruku (sl. 63);

3° $a>4$, ima tri realne nule (sl. 64);

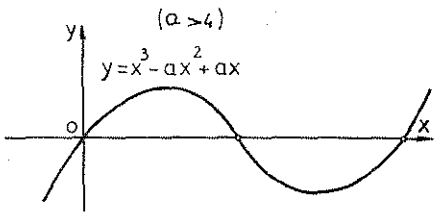
4° $a=0$, ima tri realne nule (sl. 65).



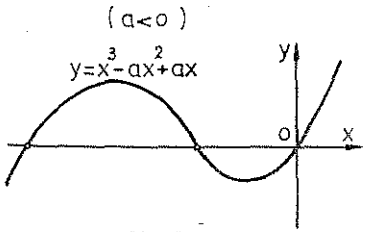
Sl. 62



Sl. 63



Sl. 64

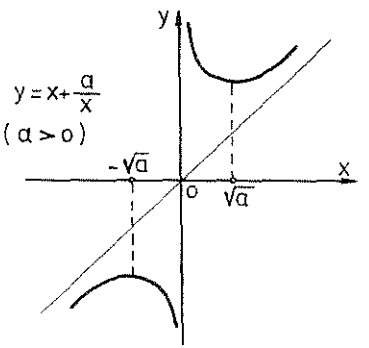


Sl. 65

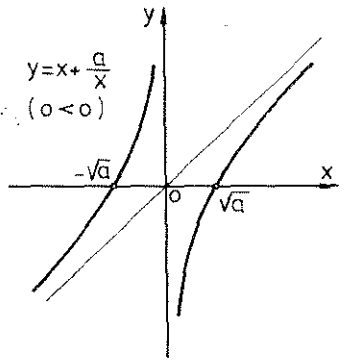
411. a) Definisana je za $x\neq 0$, kosa asimptota $y=x$, vertikalna $x=0$.

1° ako je $a>0$, ima dve ekstremne vrednosti, za $x=-\sqrt{a}$ $y_{max}=-2\sqrt{a}$, za $x=\sqrt{a}$ $y_{min}=2\sqrt{a}$ (sl. 66);

2° ako je $a<0$, ima dve realne nule $x=\pm\sqrt{a}$ (sl. 67).



Sl. 66



Sl. 67

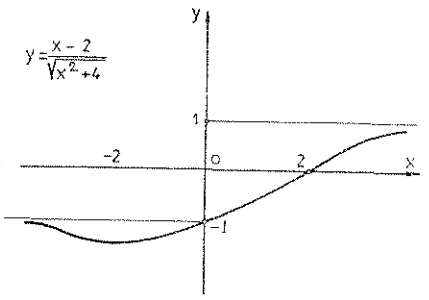
412. a) Definisana je za svako x, $y>0$ za $x>2$, $y<0$ za $x<2$. $x=2$ je nula funkcije, $y_{min}=-\sqrt{2}$ za $x=-2$ $y=1$ i $y=-1$ su

horizontalne asimptote, jer $\lim_{x\to\infty}\dfrac{x-2}{|x|\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}=+1$,

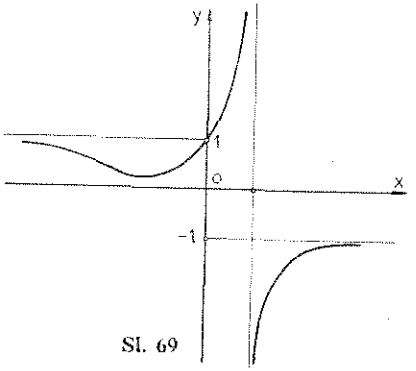
$\lim_{x\to-\infty}\dfrac{x-2}{|x|\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}=-1$ (sl. 68).

b) Definisana je za $x\neq 1$, nema nula, $y>0$ za $x<1$, $y<0$ za $x>1$. Asimptote su: $x=1$ vertikalna i $y=\pm 1$ horizontalne.

$y_{\min}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ za $x=-1$ (sl. 69).



Sl. 68



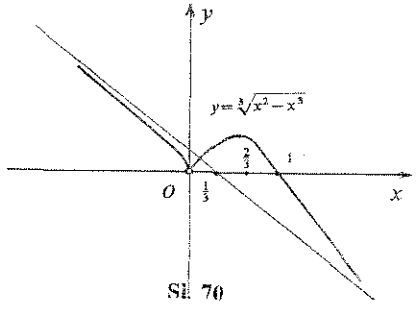
Sl. 69

415. a) Definisana je za svako x, $x=0$ i $x=1$ su nule; $y_{\min}=0$ za $x=0$, $(\lim_{x\to\pm 0} y'\to\pm\infty)$

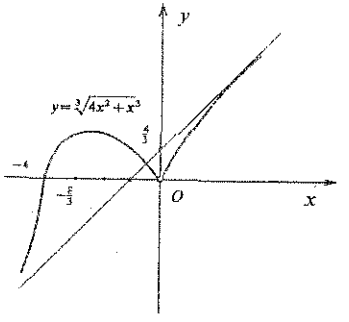
$y_{\max}=\dfrac{4}{27}$ za $x=\dfrac{2}{3}$, kosa asimptota je $y=-x+\dfrac{1}{3}$ (sl.70).

b) Definisana je za svako x, $x=0$ i $x=-4$ su nule; $y_{\max}=\dfrac{256}{27}$ za $x=\dfrac{8}{3}$, $y_{\min}=0$ za $x=0$ $(\lim_{x\to\pm 0} y'\to\pm\infty)$ (sl. 71).

Kosa asimptota $y=x+\dfrac{4}{3}$.



Sl. 70

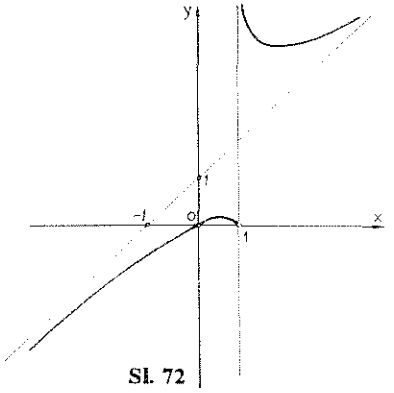


Sl. 71

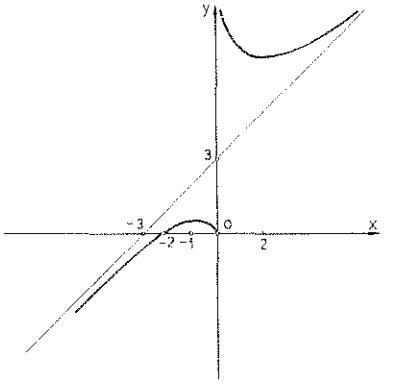
418. a) Definisana je za $x\neq 1$, $x=0$ je nula funkcije.

Za $x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ funkcija ima maksimalnu vrednost. I za $x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ minimum. Asimptote: $x=1$ vertikalna a $y=x+1$ kosa (sl. 72).

b) Definisana je za $x\neq 0$, $x=-2$ je nula funkcije, za $x=-1$, $y_{\max}=e^{-1}$, za $x=2$ $y_{\min}=4\sqrt{e}$.



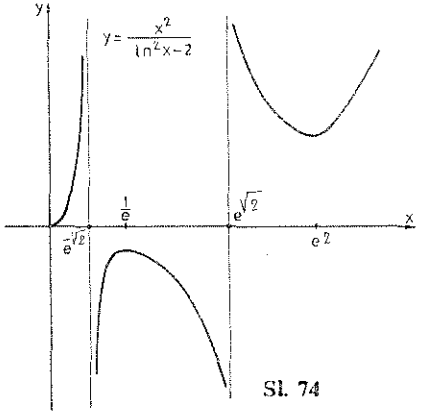
Sl. 72



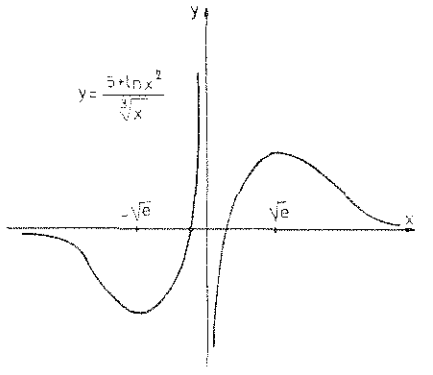
Sl. 73

422. a) Definisana je za $x>0$ i $x\neq e^{\pm\sqrt{2}}$, nema nula; za $x=e^{-1}$ $y_{\max}=-e^{-2}$, za $x=e^2$ $y_{\min}=\dfrac{e^4}{2}$; vertikalne asimptote su $x=e^{-\sqrt{2}}$ i $x=e^{+\sqrt{2}}$ (sl. 74).

b) Definisana je za $x\neq 0$, neparna je, nule su $x=\pm\sqrt{e^{-5}}$. Za $x=-\sqrt{e}$ $y_{\min}=-\dfrac{6}{\sqrt[6]{e}}$, za $x=\sqrt{e}$ $y_{\max}=\dfrac{6}{\sqrt[6]{e}}$. $x=0$ je vertikalna asimptota, $y=0$ horizontalna (sl. 75).



Sl. 74



Sl. 75